PHYSICS OF FLUIDS **27**, 045104 (2015)

Anomalous eddy viscosity for two-dimensional turbulence

T. Iwayama,[1,a] S. Murakami,[1,b] and T. Watanabe[2,c]
[1]*Department of Earth and Planetary Sciences, Graduate School of Science, Kobe University, Kobe 657-8501, Japan*
[2]*Department of Scientific and Engineering Simulation, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology, Gokiso, Showa-ku, Nagoya 466-8555, Japan*

(Received 23 September 2014; accepted 25 March 2015; published online 10 April 2015)

2次元乱流における異常渦粘性

岩山隆寛（流体地球物理学教育研究分野）
iwayama@kobe-u.ac.jp

2015. 4. 22

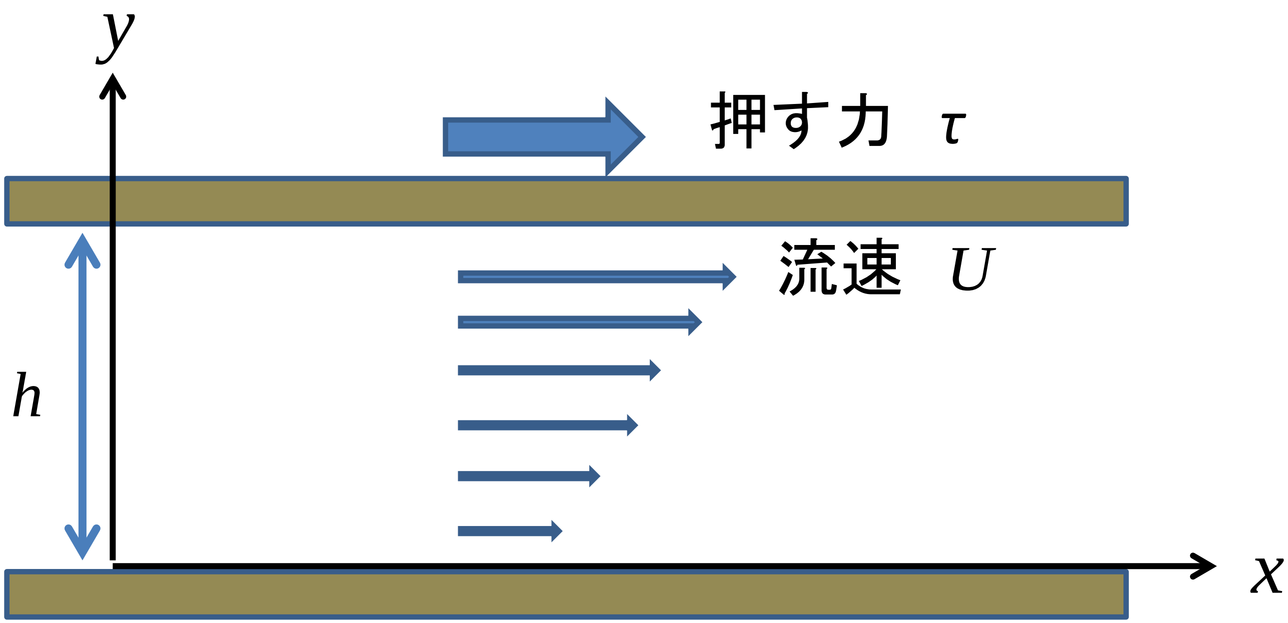
2015年度惑星学通論II/惑星学特論II（第2回目）

目次

はじめに

粘性とは

- 流体の持つ粘り気の度合い，サラサラの度合い．



Newtonの粘性摩擦法則

$$\tau = \mu \frac{U}{h}$$

μ ：粘度（粘性係数）

$\nu \equiv \mu / \rho$ ：動粘性粘度（動粘性係数）

ρ ：密度

粘性とは

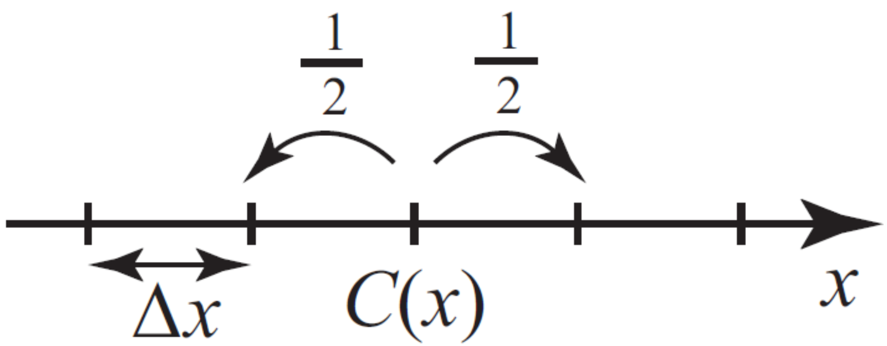
- 粘性は流体を構成している原子･分子の乱雑な運動に起因する.
  - 流体の運動方程式(均質流体の場合)

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla \boldsymbol{v} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} \right) + \nu \nabla^2 \boldsymbol{v}$$

拡散型

粘性とは

- 粘性は流体を構成している原子･分子の乱雑な運動に起因する．

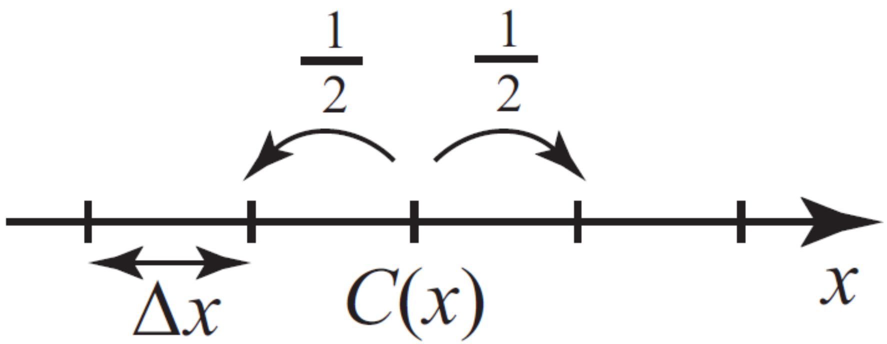


  – 格子上をランダムに隣に移動する任意の物理量

$$C(x,t+\Delta t)=\frac{1}{2}C(x+\Delta x,t)+\frac{1}{2}C(x-\Delta x,t)$$

粘性とは

- 粘性は流体を構成している原子･分子の乱雑な運動に起因する．

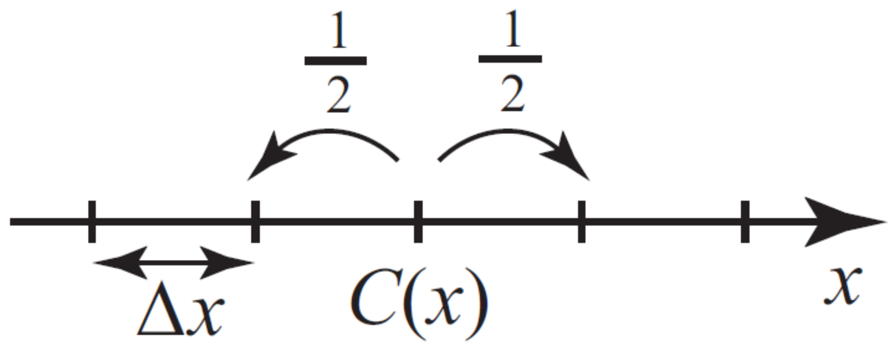


  - 格子上をランダムに隣に移動する任意の物理量

$$C(x,t)+\frac{\partial C}{\partial t}\Delta t\cdots = \frac{1}{2}\left\{C(x,t)+\frac{\partial C}{\partial x}\Delta x+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}(\Delta x)^2+\cdots\right\}$$
$$+\frac{1}{2}\left\{C(x,t)-\frac{\partial C}{\partial x}\Delta x+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}(\Delta x)^2+\cdots\right\}$$

粘性とは

- 粘性は流体を構成している原子･分子の乱雑な運動に起因する．

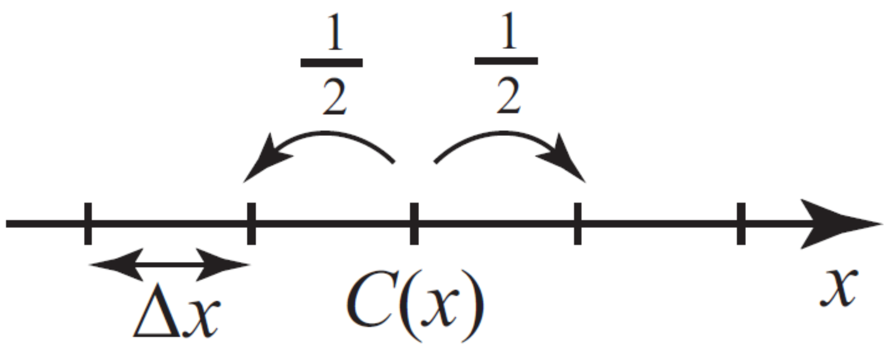


  - 格子上をランダムに隣に移動する任意の物理量

$$C(x\cancel{\quad}) + \frac{\partial C}{\partial t}\Delta t \cdots = \frac{1}{2}\left\{C(x\cancel{\quad}) + \frac{\partial C}{\partial x}\cancel{\quad}x + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}(\Delta x)^2 + \cdots\right\}$$
$$+\frac{1}{2}\left\{C(x\cancel{\quad}) - \frac{\partial C}{\partial x}\cancel{\quad}x + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}(\Delta x)^2 + \cdots\right\}$$

粘性とは

- 粘性は流体を構成している原子･分子の乱雑な運動に起因する．



  – 格子上をランダムに隣に移動する任意の物理量

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

  – 小さなスケールの揺らぎは，拡散現象として表現できる･･･普遍的？

粘性とは

- 粘性は流体を構成している原子·分子の乱雑な運動に起因する.
  - 流体の運動方程式

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla \boldsymbol{v} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} \right) + \nu \nabla^2 \boldsymbol{v}$$

拡散型

$$\nu \nabla \cdot (\nabla : \boldsymbol{v})$$

- 乱流によって分子粘性と同じような現象が起こりえる···渦粘性

渦粘性とは

- 乱流中の渦(揺らぎ)が，流体にあたかも分子粘性と同じ働き及ぼす
  - 流体の運動方程式(非粘性，均質流体)

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla \boldsymbol{v} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} \right)$$

- 乱流中では，ゆっくりとした時間・空間スケールの運動＋早い時間・空間スケールの運動が混在

$$\boldsymbol{v} = \overline{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{v}'$$

$\overline{\bullet}$ ：平均　　$\overline{\overline{\boldsymbol{v}}} = \overline{\boldsymbol{v}}$

$\bullet'$ ：揺らぎ　　$\overline{\boldsymbol{v}'} = 0$

渦粘性とは

- 乱流中の渦(揺らぎ)が，流体にあたかも分子粘性と同じ働き及ぼす
  - 流体の運動方程式(非粘性，均質流体)

$$\frac{\partial(\overline{\boldsymbol{v}}+\boldsymbol{v}')}{\partial t}+\{\overline{\boldsymbol{v}}+\boldsymbol{v}'\}\cdot\nabla(\overline{\boldsymbol{v}}+\boldsymbol{v}')=-\nabla\left(\frac{p}{\rho}\right)$$

- 乱流中では，ゆっくりとした時間・空間スケールの運動＋早い時間・空間スケールの運動が混在

$$\boldsymbol{v}=\overline{\boldsymbol{v}}+\boldsymbol{v}'$$

$\overline{\bullet}$ ：平均　　$\overline{\overline{\boldsymbol{v}}}=\overline{\boldsymbol{v}}$

$\bullet'$ ：揺らぎ　　$\overline{\boldsymbol{v}'}=0$

渦粘性とは

- 乱流中の渦(揺らぎ)が，流体にあたかも分子粘性と同じ働き及ぼす
  - 流体の運動方程式(非粘性，均質流体)

$$\frac{\partial(\overline{\boldsymbol{v}}+\boldsymbol{v}')}{\partial t}+\overline{\boldsymbol{v}}\cdot\nabla\overline{\boldsymbol{v}}+\overline{\boldsymbol{v}}\cdot\nabla\boldsymbol{v}'+\boldsymbol{v}'\cdot\nabla\overline{\boldsymbol{v}}+\boldsymbol{v}'\cdot\nabla\boldsymbol{v}'=-\nabla\left(\frac{p}{\rho}\right)$$

- 乱流中では，ゆっくりとした時間･空間スケールの運動＋早い時間･空間スケールの運動が混在

$$\boldsymbol{v}=\overline{\boldsymbol{v}}+\boldsymbol{v}'$$

$\overline{\bullet}$ ：平均　　$\overline{\overline{\boldsymbol{v}}}=\overline{\boldsymbol{v}}$

$\bullet'$ ：揺らぎ　　$\overline{\boldsymbol{v}'}=0$

渦粘性とは

- 乱流中の渦(揺らぎ)が，流体にあたかも分子粘性と同じ働き及ぼす
  - 流体の運動方程式(非粘性，均質流体)

$$\overline{\frac{\partial(\overline{\boldsymbol{v}}+\boldsymbol{v}')}{\partial t}}+\overline{\overline{\boldsymbol{v}}\cdot\nabla\overline{\boldsymbol{v}}}+\overline{\overline{\boldsymbol{v}}\cdot\nabla\boldsymbol{v}'}+\overline{\boldsymbol{v}'\cdot\nabla\overline{\boldsymbol{v}}}+\overline{\boldsymbol{v}'\cdot\nabla\boldsymbol{v}'}=-\overline{\nabla\left(\frac{p}{\rho}\right)}$$

- 乱流中では，ゆっくりとした時間・空間スケールの運動＋早い時間・空間スケールの運動が混在

$$\boldsymbol{v}=\overline{\boldsymbol{v}}+\boldsymbol{v}'$$

$\overline{\bullet}$ ：平均　　$\overline{\overline{\boldsymbol{v}}}=\overline{\boldsymbol{v}}$

$\bullet'$ ：揺らぎ　　$\overline{\boldsymbol{v}'}=0$

渦粘性とは

- 乱流中の渦(揺らぎ)が，流体にあたかも分子粘性と同じ働き及ぼす
  - 流体の運動方程式(非粘性，均質流体)

$$\overline{\frac{\partial(\overline{\boldsymbol{v}}+\cancel{\boldsymbol{v}'})}{\partial t}}+\overline{\overline{\boldsymbol{v}}\cdot\nabla\overline{\boldsymbol{v}}}+\cancel{\overline{\overline{\boldsymbol{v}}\cdot\nabla\boldsymbol{v}'}}+\cancel{\overline{\boldsymbol{v}'\cdot\nabla\overline{\boldsymbol{v}}}}+\overline{\boldsymbol{v}'\cdot\nabla\boldsymbol{v}'}=-\overline{\nabla\left(\frac{p}{\rho}\right)}$$

- 乱流中では，ゆっくりとした時間・空間スケールの運動＋早い時間・空間スケールの運動が混在

$$\boldsymbol{v}=\overline{\boldsymbol{v}}+\boldsymbol{v}'$$

$\overline{\bullet}$ ：平均　　$\overline{\overline{\boldsymbol{v}}}=\overline{\boldsymbol{v}}$

$\bullet'$ ：揺らぎ　　$\overline{\boldsymbol{v}'}=0$

渦粘性とは

- 乱流中の渦(揺らぎ)が，流体にあたかも分子粘性と同じ働き及ぼす
  - 流体の運動方程式(ゆっくりとした時間･空間の運動を支配)

$$\frac{\partial \overline{\boldsymbol{v}}}{\partial t} + \overline{\boldsymbol{v}} \cdot \nabla \overline{\boldsymbol{v}} = -\nabla \overline{\left(\frac{p}{\rho}\right)} - \nabla \cdot \overline{(\boldsymbol{v}' : \boldsymbol{v}')}$$

- 乱流中では，ゆっくりとした時間･空間スケールの運動＋早い時間･空間スケールの運動が混在

$$\boldsymbol{v} = \overline{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{v}'$$

$\overline{\bullet}$ ：平均　　$\overline{\overline{\boldsymbol{v}}} = \overline{\boldsymbol{v}}$

$\bullet'$ ：揺らぎ　　$\overline{\boldsymbol{v}'} = 0$

渦粘性とは

- 乱流中の渦(揺らぎ)が，流体にあたかも分子粘性と同じ働き及ぼす
  - 流体の運動方程式(ゆっくしとした時間・空間の運動を支配)

$$\frac{\partial \overline{\boldsymbol{v}}}{\partial t} + \overline{\boldsymbol{v}} \cdot \nabla \overline{\boldsymbol{v}} = -\nabla \overline{\left(\frac{p}{\rho}\right)} - \nabla \cdot \overline{(\boldsymbol{v}' : \boldsymbol{v}')}$$

小スケールの揺らぎが大スケールに与える効果

  - 流体の運動方程式(粘性流体の方程式)

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla \boldsymbol{v} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho}\right) + \nu \nabla \cdot (\nabla : \boldsymbol{v})$$

小スケール揺らぎは，普遍的に拡散型になるハズ

渦粘性とは

- 乱流中の渦(揺らぎ)が，流体にあたかも分子粘性と同じ働き及ぼす
  - 流体の運動方程式(ゆっくりとした時間・空間の運動を支配)

$$\frac{\partial \overline{\boldsymbol{v}}}{\partial t} + \overline{\boldsymbol{v}} \cdot \nabla \overline{\boldsymbol{v}} = -\nabla \overline{\left(\frac{p}{\rho}\right)} + \nu_e \nabla \cdot (\nabla : \overline{\boldsymbol{v}})$$

小スケールの揺らぎが大スケールに与える効果

渦粘性

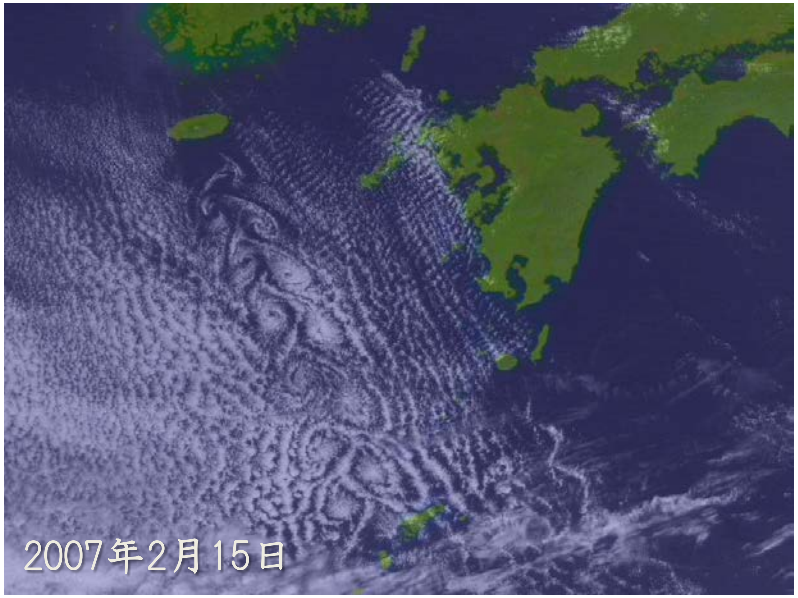
ν_e :渦粘性係数

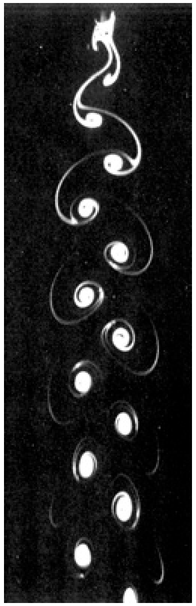
渦粘性の重要性

1. 物理的な観点から
   - 分子粘性に比べて巨大な拡散効果をもたらす
2. 数値計算の観点から
   - 計算の解像度以下の現象の適切な表現に必要

渦粘性の物理的例

- 済州島の風下にできるKarman渦列





Reynolds数

$$Re = \frac{UD}{\nu}$$

U: 流速

D: 円柱の直径

ν: 粘性係数

Karman渦ができる条件

$$Re \approx 10^2$$

高知大学気象情報頁

http://weather.is.kochi-u.ac.jp/wiki/inwxhome/20070215karman_e6_b8_a6

– 済州島の条件では，粘性係数が空気の粘性係数の 10^8 倍

$$\nu = \frac{UD}{Re} \approx \frac{10\,[\mathrm{m/s}] \times 10^4\,[\mathrm{m}]}{10^2} = 10^3\,[\mathrm{m^2/s}]$$

http://socyo.high.hokudai.ac.jp/more_html/buturi/news/bsn9811/im/vortex.jpg

数値計算における渦粘性

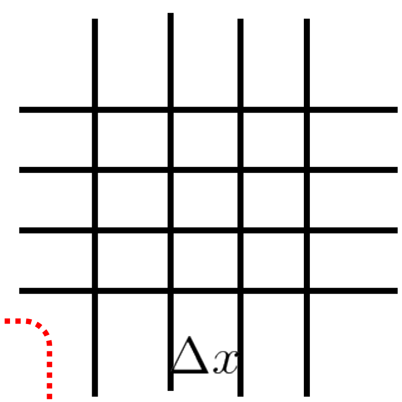
- ゆっくりとした時間空間変動＋早い時間空間変動

$$\boldsymbol{v} = \overline{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{v}'$$

$$\frac{\partial \overline{\boldsymbol{v}}}{\partial t} + \overline{\boldsymbol{v}} \cdot \nabla \overline{\boldsymbol{v}} = -\nabla \overline{\left(\frac{p}{\rho}\right)} - \nabla \cdot \overline{(\boldsymbol{v}' : \boldsymbol{v}')}$$

- 格子で表現できる変動＋格子サイズ以下の変動
  - 数値計算の解像度は有限．格子サイズ：Δx

$$\frac{\partial \overline{\boldsymbol{v}}}{\partial t} + \overline{\boldsymbol{v}} \cdot \nabla \overline{\boldsymbol{v}} = -\nabla \overline{\left(\frac{p}{\rho}\right)} - \nabla \cdot \overline{(\boldsymbol{v}' : \boldsymbol{v}')}$$



無視できない
格子サイズの物理量で適切に表現する必要がある

数値計算における渦粘性

- ゆっくりとした時間空間変動＋早い時間空間変動

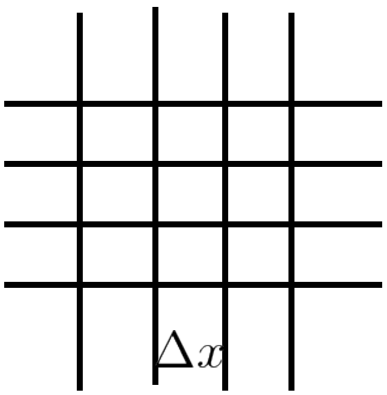
$$\boldsymbol{v} = \overline{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{v}'$$

$$\frac{\partial \overline{\boldsymbol{v}}}{\partial t} + \overline{\boldsymbol{v}} \cdot \nabla \overline{\boldsymbol{v}} = -\nabla \overline{\left(\frac{p}{\rho}\right)} - \nabla \cdot \overline{(\boldsymbol{v}' : \boldsymbol{v}')}$$

- 格子で表現できる変動＋格子サイズ以下の変動
  - 数値計算の解像度は有限．格子サイズ：Δx

$$\frac{\partial \overline{\boldsymbol{v}}}{\partial t} + \overline{\boldsymbol{v}} \cdot \nabla \overline{\boldsymbol{v}} = -\nabla \overline{\left(\frac{p}{\rho}\right)} + \nu_e \nabla \cdot (\nabla : \overline{\boldsymbol{v}})$$

分子粘性とのアナロジーから



本論文の目的

- 渦粘性は拡散型か？
  - Navier-Stokes方程式系では，拡散型であることがわかっている (Kraichnan, 1976; Domaradzki, *et al.* 1987, 1993)
  - 一般化された2次元流体系で調べてみる

一般化された2次元流体系

本研究の対象

- 一般化された2次元流体系（α 乱流系）

(Pierrehumbert, *et al.*, 1994)

$$\boxed{\frac{\partial q}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla q = \mathcal{F} + \mathcal{D}}$$

$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_z \times \nabla \psi$ ：非圧縮条件

$q = -\left(-\nabla^2\right)^{\alpha/2} \psi$ ：（一般化）渦度

α：実数 （ $\alpha \leq 3$, Iwayama & Watanabe, 2010)

ψ: 流れ関数

– α ＝ 2 ：Navier–Stokes系
– α ＝ 1 ：Surface-Quasi-Geostrophic（SQG）系　(Held, 1995)
– α ＝ - 2 ：Charney-Hasegawa-Mima方程式系の漸近モデル (CHM-AM)　(Larichev & McWilliams, 1991)

地球流体力学的2次元系

一般化された2次元流体系の研究目的

- 地球流体力学的2次元流体系を統一的な観点から研究・理解する

- 2D Euler/NS 系のもつ普遍性や特殊性を明らかにする
  - α の値に依存しない性質・・・普遍性
  - α の値に対して連続的に変化する性質・・・特殊性
    - ある α の値での性質の転移

一般化された2次元流体系の渦粘性

定式化

- 支配方程式

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla q = \mathcal{F} + \mathcal{D}$$

$$q = -\left(-\nabla^2\right)^{\alpha/2} \psi$$

  – 領域：無限平面

  　　　：または正方形領域2重周期境界条件

  → 波数空間内の方程式を用いて議論

$$q(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \hat{q}(\boldsymbol{k}) e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \, \mathrm{d}\boldsymbol{k}$$

定式化

- 支配方程式

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla q = \mathcal{F} + \mathcal{D}$$

$$\hat{q}(\boldsymbol{k}) = -|\boldsymbol{k}|^{\alpha} \hat{\psi}(\boldsymbol{k})$$

  – 領域：無限平面

  　　　：または正方形領域2重周期境界条件

  → 波数空間内の方程式を用いて議論

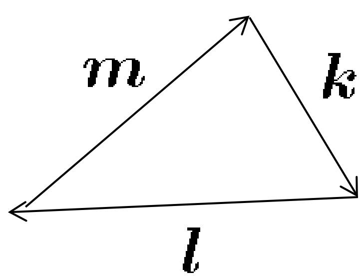
$$q(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \hat{q}(\boldsymbol{k}) e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \, \mathrm{d}\boldsymbol{k}$$

定式化

- 支配方程式

$$\frac{\partial \hat{q}(\boldsymbol{k})}{\partial t} + \sum_{\boldsymbol{k}+\boldsymbol{l}+\boldsymbol{m}=0} \Lambda(\boldsymbol{k},\boldsymbol{l},\boldsymbol{m})\hat{q}(\boldsymbol{l})\hat{q}(\boldsymbol{m}) = \hat{\mathcal{F}}(\boldsymbol{k}) + \hat{\mathcal{D}}(\boldsymbol{k})$$

  – 左辺第2項
    - $\boldsymbol{k}+\boldsymbol{l}+\boldsymbol{m}=0$を満たすあらゆる波数のモード $\hat{q}(\boldsymbol{l}),\ \hat{q}(\boldsymbol{m})$ との相互作用により波数 $\hat{q}(\boldsymbol{k})$は発展



$\boldsymbol{k}+\boldsymbol{l}+\boldsymbol{m}=0$

定式化

- 支配方程式

$$\frac{\partial \hat{q}(\boldsymbol{k})}{\partial t} + \sum_{\boldsymbol{k}+\boldsymbol{l}+\boldsymbol{m}=0} \Lambda(\boldsymbol{k},\boldsymbol{l},\boldsymbol{m})\hat{q}(\boldsymbol{l})\hat{q}(\boldsymbol{m}) = \hat{\mathcal{F}}(\boldsymbol{k}) + \hat{\mathcal{D}}(\boldsymbol{k})$$

- 情報を縮約
  - エンストロフィースペクトル $Q_\alpha(k)$ に注目

    $\mathcal{Q}_\alpha \equiv \frac{1}{2}\langle q^2 \rangle$: エンストロフィー（渦度の2次モーメント）

    $\mathcal{Q}_\alpha \equiv \int_0^\infty Q_\alpha(k)\,\mathrm{d}k$

    - 現象をさまざまな波数 $k = |\boldsymbol{k}|$ を持つ波に分解
    - 各波の持つエンストロフィーの強さに注目

定式化

- エンストロフィースペクトルの発展方程式

$$\frac{\partial Q_\alpha(k)}{\partial t} + T_\alpha(k) = \tilde{\mathcal{F}}(k) + \tilde{\mathcal{D}}(k)$$

  – エンストロフィー伝達関数: $T_\alpha(k)$
    - 非線形項に起因

定式化

- エンストロフィースペクトルの発展方程式

$$\frac{\partial Q_\alpha(k)}{\partial t} + T_\alpha(k) = \tilde{\mathcal{F}}(k) + \tilde{\mathcal{D}}(k)$$

  - エンストロフィー伝達関数: $T_\alpha(k)$
    - 非線形項に起因
- 切断波数 k_c で波数空間を分割

$$\begin{cases} k \leq k_\mathrm{c} & \text{：格子サイズ以上} \\ k > k_\mathrm{c} & \text{：格子サイズ以下} \end{cases}$$

  - 特に k_c 以下のエンストロフィースペクトルの発展に注目

定式化

- エンストロフィースペクトルの発展方程式

$$\frac{\partial Q_\alpha(k)}{\partial t} + T_\alpha(k) = \tilde{\mathcal{F}}(k) + \tilde{\mathcal{D}}(k)$$

$$\boxed{\frac{\partial Q_\alpha(k)}{\partial t} + T_\alpha^{(<)}(k|k_c) = -T_\alpha^{(>)}(k|k_c) + \tilde{\mathcal{F}}(k) + \tilde{\mathcal{D}}(k)}$$

  - 格子スケールのモードのみの相互作用によるエンストロフィー伝達関数:

$$T_\alpha^{(<)}(k|k_c)$$

  - 格子スケール以下のモードを含む相互作用によるエンストロフィー伝達関数:

$$T_\alpha^{(>)}(k|k_c)$$

定式化

- エンストロフィースペクトルの発展方程式

$$\frac{\partial Q_\alpha(k)}{\partial t} + T_\alpha^{(<)}(k|k_c) = -T_\alpha^{(>)}(k|k_c) + \tilde{\mathcal{F}}(k) + \tilde{\mathcal{D}}(k)$$

- $T_\alpha^{(>)}(k|k_\mathrm{c})$をどのように表現するか/できるか
  - 通常の渦粘性表現

$$T_\alpha^{(>)}(k|k_\mathrm{c}) = -2\nu_\mathrm{eddy} k^2 Q_\alpha(k)$$

    - 常識（？）：スケール分離が十分 $k \ll k_\mathrm{c}$なら拡散型で ν_eddy は定数

理論的（漸近解析）予想

- $k \ll k_\mathrm{c}$においてエンストロフィー伝達関数の表現

$$T^{Q(>)}(k|k_\mathrm{c}) = \begin{cases} -2\nu_\mathrm{eddy}(k|k_\mathrm{c})\underline{k^{4-\alpha}}Q(k), & (\alpha > 0) \\ -2\nu_\mathrm{eddy}(k|k_\mathrm{c})\underline{k^4}Q(k), & (\alpha < 0) \end{cases}$$

– $k \ll k_\mathrm{c}$ において渦粘性は拡散型ではない
  - NS（ α = 2）のときにのみ拡散型（Kraichnan, 1976と一致）

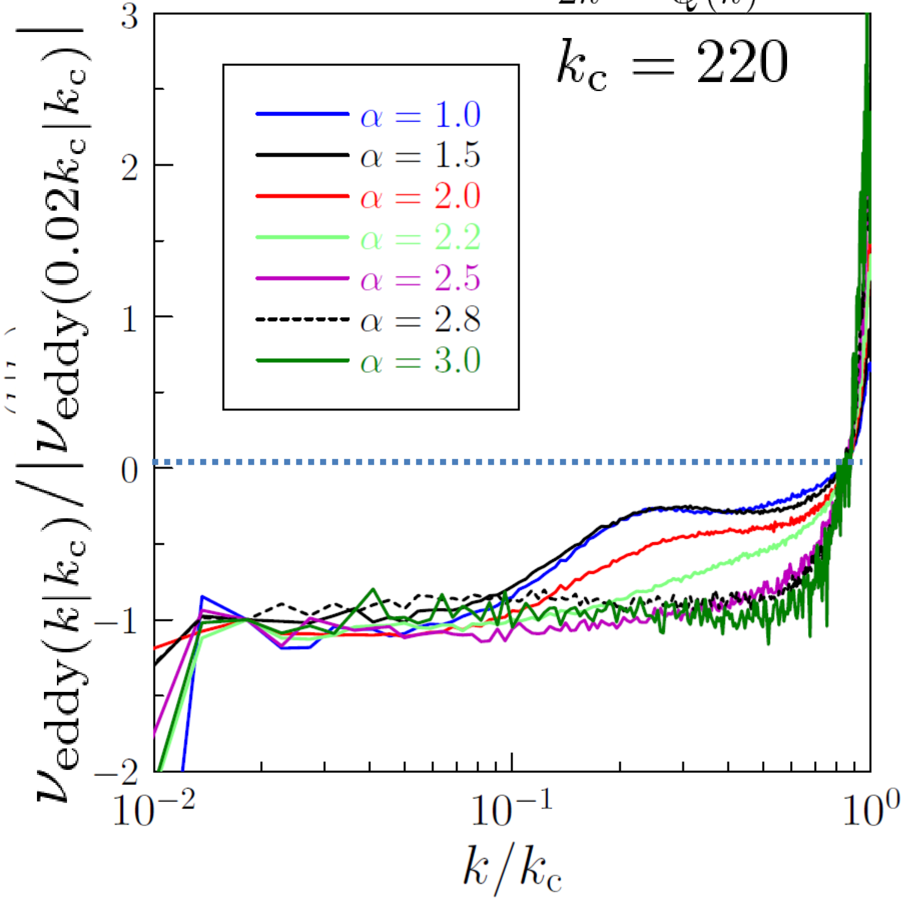
- 数値実験で確認
  – $\dfrac{-T_\alpha^{(>)}(k|k_c)}{2k^{4-\alpha}Q(k)}$ が定数になるか？

直接数値実験による検証

- $k \ll k_c$において渦粘性係数は一定値(負値)に近づく
- k_c を変えても結論は変わらない
  - $k_c = 220$: エネルギー慣性領域
  - $k_c = 300$: エンストロフィー慣性領域
  - $k_c = 600$: 散逸領域

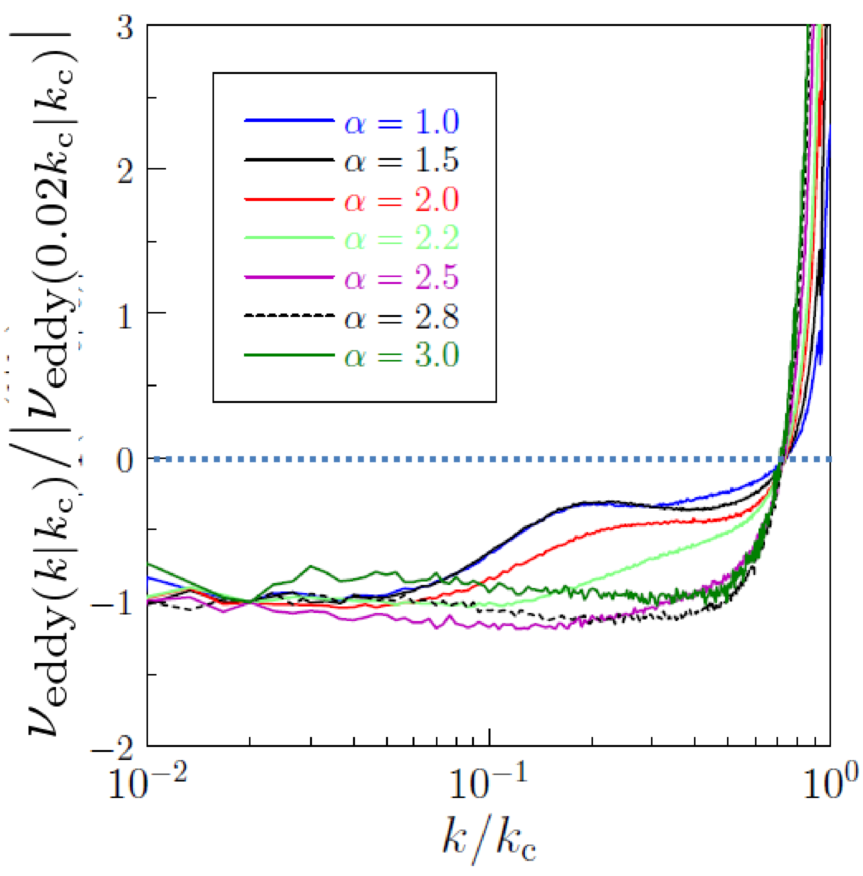
- EDQNM方程式の解析結果と整合的
- 注意
  - エネルギースペクトルで定式化しても同じ結論
  - 漸近的に渦粘性係数は負値
  - 渦粘性係数は切断波数近傍では正値
  - 切断波数を大きくすると，渦粘性係数の漸近値は小さくなる

$$\nu_{\mathrm{eddy}}(k|k_c) \equiv -\frac{T^{Q(>)}(k|k_c)}{2k^{4-\alpha}Q(k)}$$

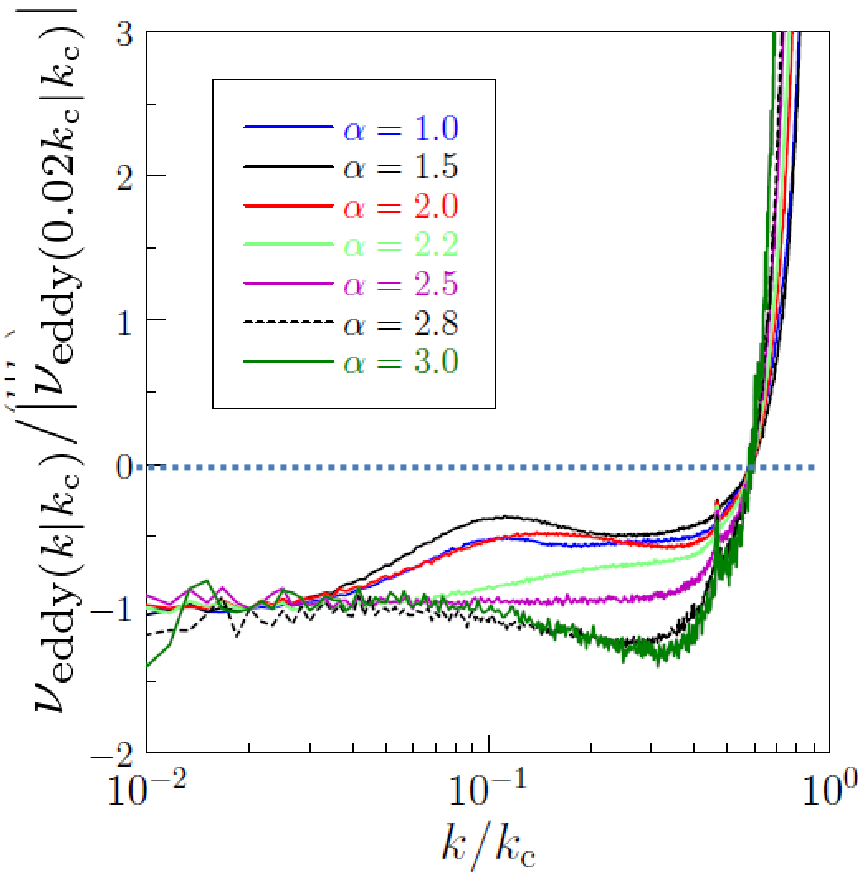


切断波数に対する依存性

- $k_c = 300$



- $k_c = 600$



考察

- なぜ渦粘性の波数依存性は$k^{4-\alpha}$なのか？
  - 渦粘性は非線形相互作用によるエンスストロフィー/エネルギーの伝達過程なので，非線形項の形（幾何学）に依存する．
  - 分子粘性とのアナロジーは成り立たない
- $k^{4-\alpha}$となる微視的プロセスの物理モデルは？

$k^{4-\alpha}$となる微視的プロセスの物理モデルは？

- 最近接格子へのランダムな移動の物理的モデルは拡散方程式になる

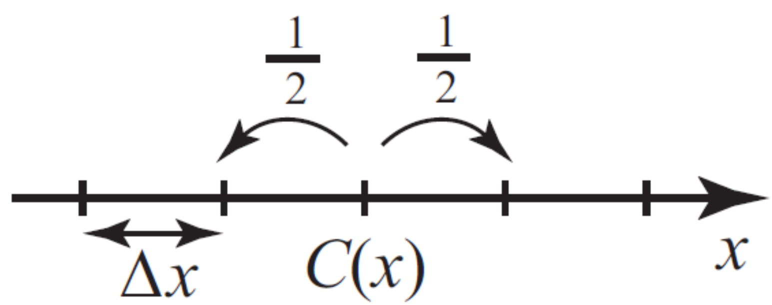


図 6.1　拡散現象の確率論的モデル

$$\frac{\partial}{\partial t}C(x,t) = -\kappa\nabla^2 C(x,t)$$

- ？？？

まとめ

- 渦粘性とは何か？
- 一般化された2次元流体の乱流状態の渦粘性を理論的・数値実験的に調べた．
  - 系をある波数k_cで切断したとき，切断が切断波数よりも低波数のモードに及ぼす影響を調べた
  - スケール分離が十分 $k \ll k_c$であっても
    - α〉0のとき波数の4-α乗に比例
    - α〈0のとき波数の4乗に比例
    - NS系のときにのみ渦粘性は拡散型