第5章　ニュートンの運動の法則

ニュートンの運動の法則 … ★ 実験、観測により 正しいことが知られている.

★ ただし, 何故 この法則が成り立つか. ということは証明できていない.

ニュートンの運動の法則を出発点にすれば, 力学のその他の法則.や公式が導びける. 物体の運動について詳細に調べることができる.

今日の話は 力学 の 授業の中で最も大切な内容.

5.1 ニュートンの(運動の)第一法則

慣性 の 導入.

5.2 ニュートンの (　〃　) 第二法則.

第一法則と第二法則の関係.　休ケイ.

質量の意味,　次元と単位

5.3 ニュートンの（ 〃 ）第三法則

2つの物体の間に働く力の関係に関する法則

この力学Iでは 1つの物体の運動を扱うので.
第三法則は詳しくふれない → 教科書. 講義ノート参照

5.1 ニュートンの第1法則

物体に外部から力が働かなければ
物体は静止し続けるか
又は
物体は 一直線上を一定の速度で運動 し続ける.
等速直線運動

「慣性」： 物体の性質を指す言葉
物体が静止し続ける 又は 等速直線運動し続ける性質.

数式 ~~：速度~~で表現してみる.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{速度 } v & = 0 \text{（静止）} \\ & = \text{一定（等速直線運動）} \end{array}\right\} \to \frac{dv}{dt} = 0$$

5.2 ニュートンの第2法則

$\boxed{\text{物体に外部から力が働くと　物体の速度が変化し（加速度が生じ）、物体の加速度は力に比例する。}}$

…質量が変化しない場合。

数式で表現。

力：$\boldsymbol{F}$（ベクトル）

加速度：$\boldsymbol{a}$（ベクトル）

比例定数。α.（スカラー量）

アルファ

$\boldsymbol{a} = \alpha \boldsymbol{F}$　又は　$\alpha \boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}$

慣例的にこっちの形で書く。

このように書いたときのαを質量 m とおいている。

つまり

$$\boxed{m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}} \quad \cdots \quad (5.1)$$ 運動方程式

前回のギロンを思い出すと

$\boldsymbol{a} = \dfrac{d\boldsymbol{v}}{dt}$　：　速度の時間微分 … を、→ (5.1)とくみあわせると

$$\boxed{m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{F}} \quad \cdots \quad (5.2)$$ 運動方程式

さらに．加速度と位置ベクトル $\mathbb{r}$ との関係を思い出すと．

$$\mathbb{a} = \frac{d\mathbb{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbb{r}}{dt^2} \quad \cdots \quad \mathbb{r}\text{の時間に関する2階微分}$$

→ (5.1) とくみあわせると．

$$\boxed{m\frac{d^2\mathbb{r}}{dt^2} = \mathbb{F}} \quad \cdots \quad (5.3) \quad \text{運動方程式}$$

(5.1) と (5.2), (5.3) の違い

数学的には微分方程式になっている．

微分を含んだ方程式

(5.2), (5.3) を微分方程式として解くと．解としての物体の速度．物体の位置ベクトルが t の関数として得られる

→ 力学の問題が解ける．

5 年/9

質量が変化する場合のニュートンの第二法則.

> 物体に外部から力が働くと,
> 物体の運動量が変化し，運動量の時間変化率は
> 物体に働く力に等しい.

運動量 $\mathbb{P}$ ： 運動の激しさを示標の1つ
衝突したときの衝撃の大きさを表わす示標.

定義 $\mathbb{P} = m\boldsymbol{v}$ $\cdots$ (5.4)

数式で表現すると

$$\boxed{\frac{d\mathbb{P}}{dt} = \mathbb{F}} \quad \cdots \quad (5.5)$$ 一般の場合の運動方程式.

(5.5) に (5.4) を代入すると　微分の連鎖律

$$\frac{d\mathbb{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\boldsymbol{v}) = \frac{dm}{dt}\boldsymbol{v} + m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \mathbb{F}$$

質量が変化しないと

$$\frac{dm}{dt} = 0$$

→ (5.5) は (5.2) に帰着.

第一法則と第二法則の関係.

(5.2)より

$$m\frac{dv}{dt} = \mathbb{F} \quad \cdots \quad \text{第2法則}$$

$\mathbb{F} = 0$ (力が働かなければ)

$$m\frac{dv}{dt} = 0$$

一般に m は 0 ではないので，両辺 m でわると

$$\frac{dv}{dt} = 0 \quad \cdots \quad v = 0 \text{ 又は } v \text{ が一定(等速直線運動)}.$$

→ 第1法則と第二法則との間に矛盾はない.

注意： 第1法則が第二法則から導びかれたように見える.

第1法則は無意味？ → 第1法則の深遠な意~~味~~味.

砂川先生の力学の考え方

を参照

質量の意味

慣性の大小が質量の大小に対応している.

問題設定

同じ力 $\mathbb{F}$ を作用

重い　質点 1　質量 m_1　$\mathbb{F}$　加速度 a_1

軽い　質点 2　質量 m_2　$\mathbb{F}$　〃 a_2

$m_1 > m_2$

~~運動運重~~

運動方程式

質点 1　$m_1 a_1 = \mathbb{F}$　$\rightarrow$　$a_1 = \dfrac{\mathbb{F}}{m_1}$　$|a_1| = \dfrac{1}{m_1}|\mathbb{F}|$

質点 2　$m_2 a_2 = \mathbb{F}$　　$a_2 = \dfrac{\mathbb{F}}{m_2}$　$|a_2| = \dfrac{1}{m_2}|\mathbb{F}|$

a_1 と a_2 の大小は.

$|a_1| < |a_2|$　…　重い物体程. 加速されにくい

速度の変化のしにくさ.

慣性という性質が大きい.

「慣性質量」

次元と単位．

物理学で表現われる．取り扱かう量（物理量）には

次元 という固有の性質をもっている．

			記号	
基本的次元	長さ	…	L	その他の次元は全て
	質量	…	M	L, M, T の積・商で
	時間		T	表現できる．

~~例~~

~~速度の次元~~．

同じ次元をもった量どうししか．加・減算ができない．

方程式の両辺の次元は同じでなければいけない．

例： 速度の次元．
$$v = \frac{dr}{dt} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{r(t+\Delta t) - r(t)}{\Delta t}$$
$$[v] = \frac{L}{T} \qquad \frac{長さ}{時間}$$

力の次元．
$$ma = F$$
$$[F] = [m][a] = M\frac{L}{T^2}$$
（質量）×（長さ）／（時間）^{2}

加速度 $a = \frac{dv}{dt}$
$$[a] = \frac{[v]}{T} = \frac{L}{T^2}$$

単位

長さ、
質量　を数値で表わすときの基準
時間

メートル
m
キログラム
kg
秒
s

国際標準 SI Unit
MKS Unit.