第3章 数学の話題 ベクトル.

第4章 … 数学の話.

物理学にとって数学は言葉.

{ 客観的・厳密, 誤解なく伝えられる.

ただし表記法は違うことに注意.

ベクトルとは何か.
ベクトルの計算 } 高校の復習.

- - - - - - - - - - - - - - - - 休~~[illegible]~~ケイ.

ベクトルの分解 単位ベクトル

位置ベクトル … 物理学の概念.

3.1. スカラーとベクトル

物理学で考察の対象とする量(物理量)

力学Ⅰで出てくる.
- スカラー (スカラー量) 実数のみで表現される 例 時間, 質量, 温度
- ベクトル (ベクトル量) 大きさ(正の実数)と1つの方向をもつ量 例 速度, 力
- テンソル (テンソル量) 大きさ(正の実数)と2つ以上の方向をもつ量 例 応力

ベクトルの表記法

高校生　上付き矢印　$\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{a}$, $\vec{b}$ …

この授業、Text、研究者　太文字（フトモジ）　$\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$

$\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$, ….

スカラーは　A, B, a, b

i, j, k

ベクトルの大きさ.

例　$|\mathbb{A}| = A$　　$|\mathbb{B}| = B$

絶対値　スカラ.　　$|\mathbb{C}| = C$.

ベクトルのイメージ（幾何学的なイメージ）　矢印

P: ベクトル始点

Q: ベクトル終点

3.2 ベクトルの代数

足し算・引き算. 掛け算. わり算.

ベクトルとベクトルの 足し算 ｝この章で解説
〃 ひき算

〃 の 掛け算 … 2種類 内積 力学Ⅰの終半で登場
外積 力学Ⅱで登場.

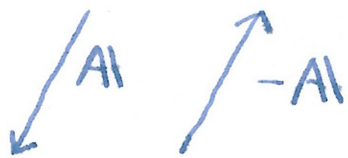
〃 の 割り算 X 存在しない.

---

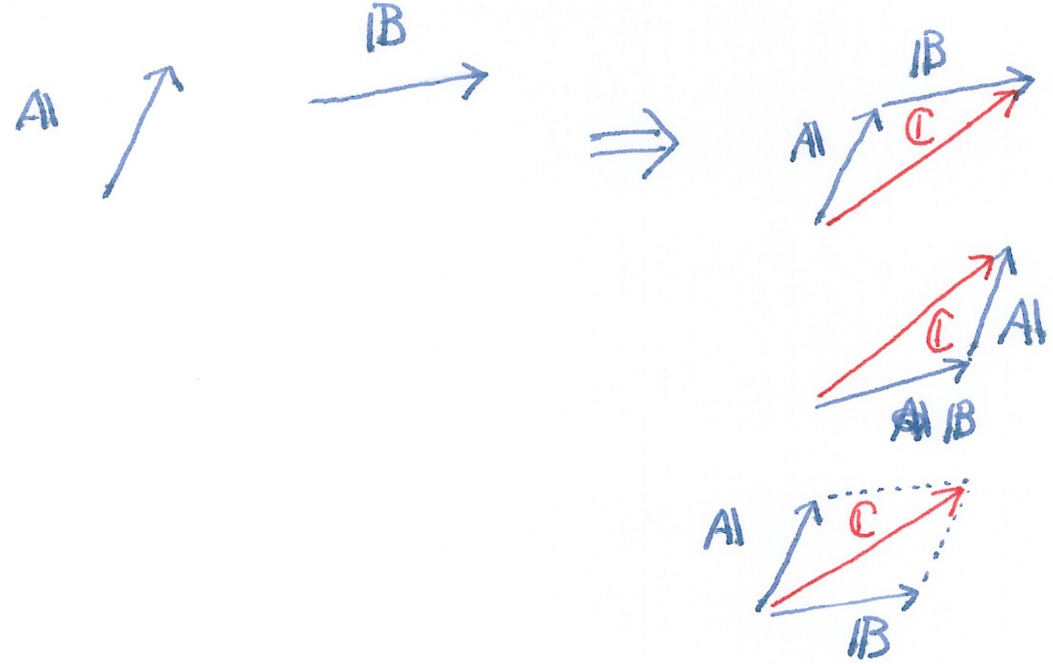
1. 互いに平行で長さ・大きさが等しい2つのベクトル $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$

… $\mathbb{A} = \mathbb{B}$.

2. あるベクトル $\mathbb{A}$ と逆方向き向き. 長さ(大きさ)が同じ



3. 2つのベクトル $\mathbb{A}$ と $\mathbb{B}$ の和を $\mathbb{C}$ とする

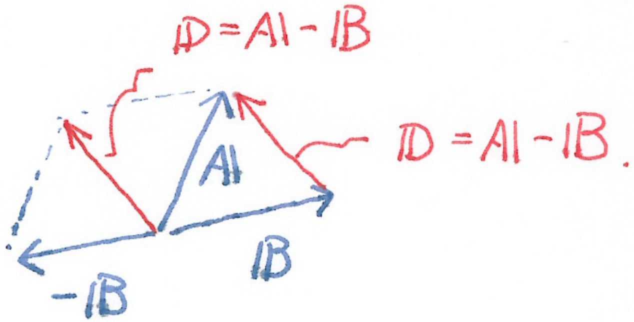


$\mathbb{A}+\mathbb{B} = \mathbb{B}+\mathbb{A}$
可換則.

~~絵~~絵に書くと
正しことがわかる.

4. 2つのベクトル $\mathbb{A}$ と $\mathbb{B}$ の差を $\mathbb{D} = \mathbb{A}-\mathbb{B}$.

$\mathbb{A}-\mathbb{B} = \mathbb{A}+(-\mathbb{B})$.



ベクトルの引き算. $\mathbb{A}-\mathbb{B}$
$\mathbb{A}$ と $\mathbb{B}$ の始点をあわせる.
$\mathbb{B}$ の終点から $\mathbb{A}$ の終点に向かうベクトル

ベクトル 微分 ↗ 基本となる考え方.

5. $\mathbb{A} = \mathbb{B}$ のとき　$\mathbb{A} - \mathbb{B} = \mathbb{O}$

ゼロベクトル
　大きさがゼロ
　方向が定義できない.
しばしば単に 0 と書く.

6. $\underbrace{\text{ベクトル}}_{\mathbb{A}}$ と $\underbrace{\text{スカラー}}_{p}$ の積.

$p\mathbb{A}$ … ベクトル　大きさ $|p|A$
　向き　$\mathbb{A}$ と同じ方向　$p > 0$
　　　　$\mathbb{A}$ と逆の方向.　$p < 0$

他の代数法則　講義ノート p.22.

可換則
結合則
分配則
} スカラーの和・差で成り立つ法則はベクトルでも成り立つ.

3.3 単位ベクトル.

大きさが1.

大きさが 1 のベクトル.

あるベクトル $\mathbb{A}$. … 大きさ A

↳ $\mathbb{A}$と同じ方向を向く 単位ベクトルを作るには

$$\frac{\mathbb{A}}{A}$$ ：単位ベクトル.

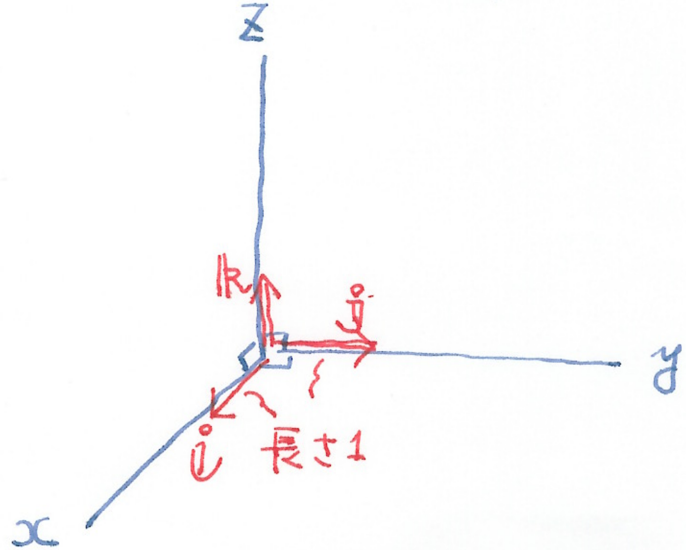
特に重要な単位ベクトル

デカルト座標系の x 軸方向の単位ベクトル：$\boxed{\mathbb{i}}$

〃 y 〃 ：$\boxed{\mathbb{j}}$

〃 z 〃 ：$\boxed{\mathbb{k}}$

~~i j k~~ ✗



3.4. ベクトルの分解.

どの座標系で分解するかを指定.

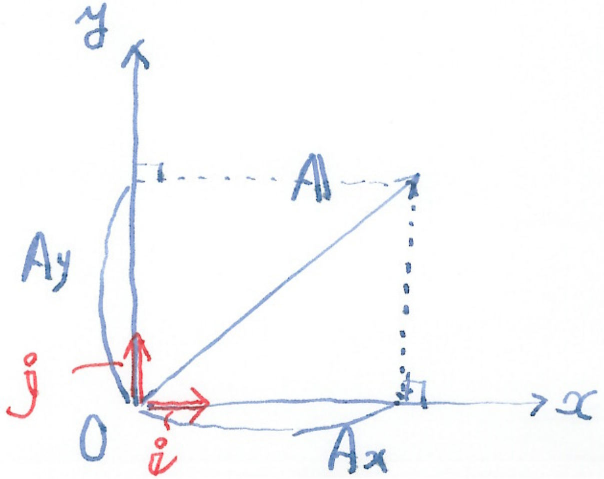
デカルトでのベクトルの分解.

高校 $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$. ✕ ← 卒業

我々 $\mathbb{A} = A_x \mathbb{i} + A_y \mathbb{j} + A_z \mathbb{k}$. …単位ベクトルまで含めた形で書く.

利点：極座標系を使用したときのベクトルの微分をする際に単位ベクトルを含む表現にしておかないと計算ミスが起こる.

例：2次元で解説



A_x, A_y：スカラー.
$\mathbb{A}$のx成分、y成分と呼ばれる.

$\mathbb{A} = A_x \mathbb{i} + A_y \mathbb{j}$.

$|\mathbb{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ ：ベクトル$\mathbb{A}$の長さと$\mathbb{A}$の成分との関係.

今の話を3次元に拡張

$$\mathbb{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

$$|\mathbb{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\mathbb{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

$$\mathbb{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}$$

和・差.

$$\mathbb{A} \pm \mathbb{B} = (A_x \pm B_x)\mathbf{i} + (A_y \pm B_y)\mathbf{j} + (A_z \pm B_z)\mathbf{k}$$

スカラー(p)倍

$$p\mathbb{A} = (pA_x)\mathbf{i} + (pA_y)\mathbf{j} + (pA_z)\mathbf{k}.$$

もし $\mathbb{A} = \mathbb{B}$ なら

$A_x = B_x$, $A_y = B_y$, $A_z = B_z$ ∴ $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$の各成分どうしが等しい!

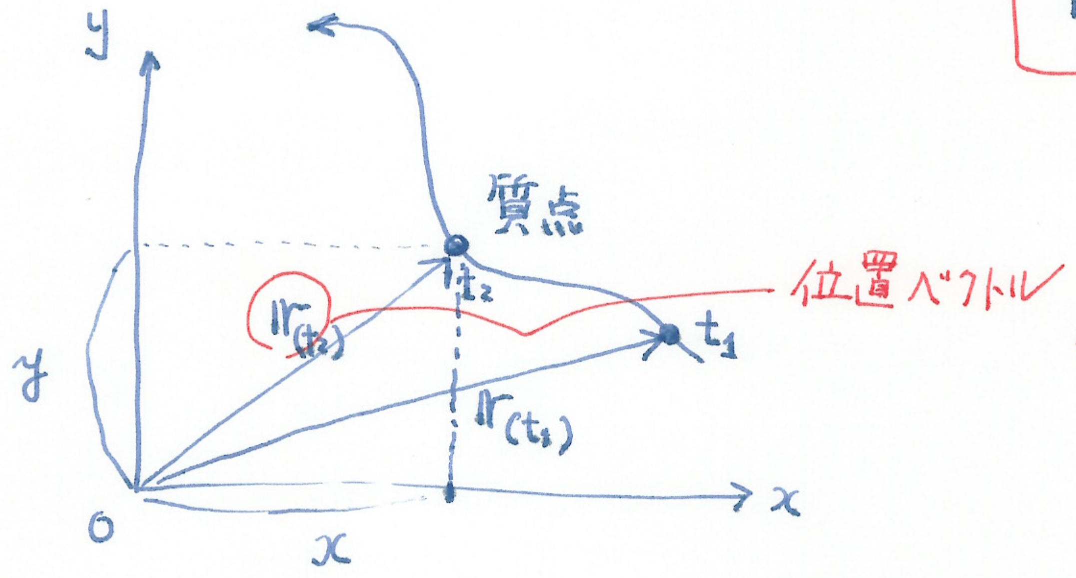
3.5 位置ベクトル

物体の位置 … ベクトルとして扱っておくと便利

↓

位置ベクトル

例：2次元で解説



デカルト座標系で分解.

$$\boxed{\mathbb{r} = x\,\mathbb{i} + y\,\mathbb{j}.}$$

$\mathbb{r} = (x, y)$ × ダメな表現

位置ベクトルの御利益（ゴリヤク）

位置ベクトル

積分 ↑ ↓ 微分

速度（ベクトル）

積分 ↑ ↓ 微分

加速度（ベクトル） ⟺ ニュートンの運動方程式