定期試験.（7月20日頃〜10週目間にわたって通常実施！

→ 今学期は 教室で実施できない.

成績の評価.

シラバスでは　小テスト・レポート … 20%
　　　　　　　定期試験 … 80%

変更　小テスト・通常レポート … 50%
　　　定期試験に代わる … 50%
　　　レポート … 授業の~~7月~~最終回近くに出題.

前回レポート.

54名 提出
- 32名 … 満足のいく解答
- 22名 … ベクトル・スカラーの区別ができていない.

心配です！

8名 未提出

例：ベクトル形式の運動方程式

ベクトル

$$m\frac{d v}{dt} = F$$

ベクトル

前回のレポートの課題の内容.

運動方程式（微分方程式として書かれた） を解いて,

物体の運動を調べる ・・・ 今回の授業の予習.

論理構造.

力学の問題の解き方の標準.

1. 問題設定 ： どういう条件のもとでの 物体の運動を調べるのか？

   初期条件 ： 運動がスタートした時点での状態.

2. ベクトル形式で運動方程式をたてる.

3. 座標系の各成分に運動方程式を分解.

4. 各成分の 運動方程式を解く.

   ～ 未知定数を含んだ形で解が求まる.

5 未知定数を初期条件を使って決定する.

第6章 一様な重力場中の質点の運動.

6.1. 目的, 理想化, 言葉の定義・説明.

目的: 地球上でおこる日常目にするような　物体の
的に観測される
運動を考察.

今回のレポート

現象: 自由落下

投げおろし
投げ上げ
} 鉛直方向

授業 → $\boxed{\text{斜め投射}}$ 別名 放物運動

- 全て同じ運動
  方程式に従がうので統一的に扱かえる
- どこが違うか … 初期条件だけが違う

理想化：

1. 物体 … 質点

2. 重力　地球上の物体と地球との引力
物体の質量に比例することが知られている.
1 kg（単位質量）の物体に働く重力
ベクトル

$\mathfrak{g}$

$\mathfrak{g}$の大きさ：正確には場所により変わる.
簡単化のために大きさ $|\mathfrak{g}| = g$
は一定

$$|\mathfrak{g}| = g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$$

重力加速度の大きさ.

3. 地球の自転・公転，曲率は全て無視.
デカルト座標で記述.

4. 空気抵抗はムシ.

言葉の定義.

鉛直方向 … $\vec{g}$ と平行な方向

水平方向 … 鉛直方向に垂直な方向

「場」 … 時間,空間の関数としての物理量のこと
又は 場の量.

例: 温度 $T(x, y, z, t)$ … 温度場

圧力 $P(x, y, z, t)$ … 圧力場.

重力 重力場

電場.磁場 … 電界,磁界.

一様 … 空間に依存しない性質を表わす.
「homogeneous」

5.2. 放物運動

5.2.1. 問題設定

一様な重力場中，質量 m の運動を考察する.

最終的に知りたいこと.

質量の位置ベクトル，速度 を時間 t の関数.

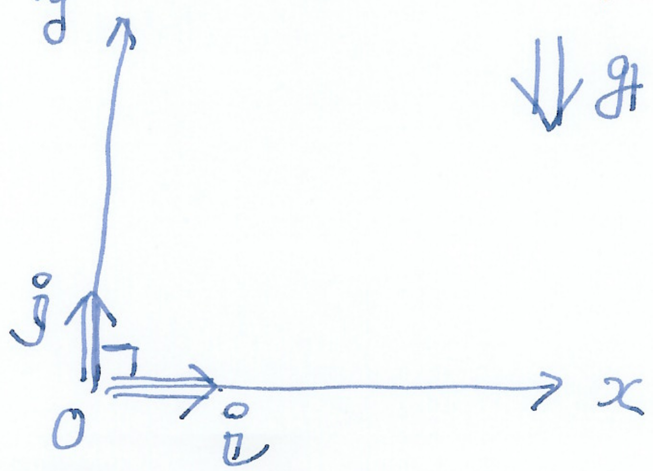
デカルト座標系で議論（鉛直を含む2次元で物事を考える）

位置ベクトル $\mathbf{r} = \underline{x}\,\mathbf{i} + \underline{y}\,\mathbf{j}$

tの関数

$\mathbf{j}$：鉛直上向き.

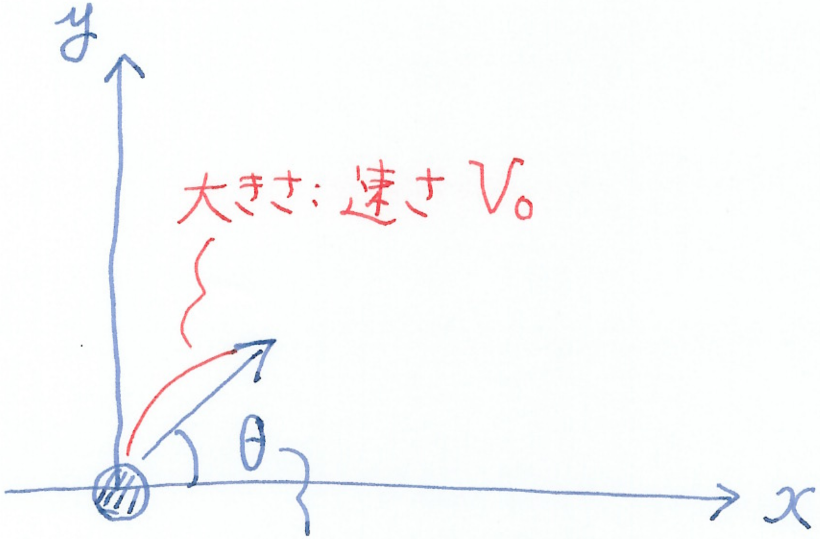
$\Downarrow g$



速度. $\mathbf{v} = \underline{v_x}\,\mathbf{i} + \underline{v_y}\,\mathbf{j}$

- 時間 t の関数.

初期条件.



ギリシア文字: シータ

初期 $t=0$

☆ 原点に存在.

☆ 水平と角度 θ

速さ V_0

数式 $\mathbf{r}(0) = \mathbf{0} = x(0)\,\mathbf{i} + y(0)\,\mathbf{j}$

$\rightarrow \boxed{x(0) = 0,\quad y(0) = 0.}$

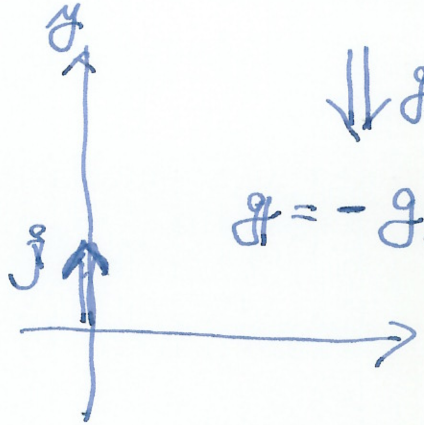
$\mathbf{v}(0) = V_0 \cos\theta\,\mathbf{i} + V_0 \sin\theta\,\mathbf{j}$

$= v_x(0)\,\mathbf{i} + v_y(0)\,\mathbf{j} \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} v_x(0) = V_0\cos\theta \\ v_y(0) = V_0\sin\theta \end{array}}$

6.2.2 運動方程式

ベクトル形式の運動方程式

$$m\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = m\mathbf{g}$$



$\mathbf{g}$

$\mathbf{g} = -g\mathbf{j}$

$g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$

デカルト座標系の成分に分解.

$$m\frac{d^2}{dt^2}\left(x\mathbf{i} + y\mathbf{j}\right) = -mg\mathbf{j}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + m\frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j} = -mg\mathbf{j}.$$

x 方向成分

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = 0 \longrightarrow \text{これを解くと}\quad x(t) = C_1 t + C_2$$

C_1, C_2 は任意定数

y 方向成分

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -mg$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=0 \quad \rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2}=0$$

↑

両辺を t で不定積分

$$\int \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right)dt = C_1$$

$$\frac{dx}{dt} = C_1$$

↑

t で積分

$$\int \frac{dx}{dt}\,dt = \int C_1\,dt$$

$$x = C_1 t + C_2$$

C_1, C_2 : 積分定数

任意定数.

同様に y 方向成分.

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -mg \rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = -g$$

↑ tで積分する.

$$\int \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\right)dt = \int -g\,dt$$

$$\frac{dy}{dt} = -gt + C_3$$

↑ tで積分する

$$\int \frac{dy}{dt}dt = \int (-gt + C_3)\,dt$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + C_3 t + C_4$$

C_3, C_4：任意定数.

以上をまとめると 運動方程式の解.

$$x(t) = \underline{C_1}\,t + \underline{C_2}$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + \underline{C_3}\,t + \underline{C_4}$$

ただし C_1, C_2, C_3, C_4 は任意定数.

任意定数を含む、微分方程式の解を一般解と呼ぶ

初期条件

初期条件 (Initial Condition : I.C.)

$$x(0) = C_2 \overset{\text{I.C}}{=} 0 \qquad \therefore \boxed{C_2 = 0}$$

$$y(0) = C_4 \overset{\text{I.C}}{=} 0 \qquad \therefore \boxed{C_4 = 0}$$

$$v_{x}(t) = \frac{dx}{dt} = C_1$$

$$v_{x}(0) = C_1 \overset{\text{I.C.}}{=} V_0 \cos\theta \qquad \therefore C_1 = V_0 \cos\theta$$

$$v_y(t) = -gt + C_3$$

$$v_y(0) = C_3 = V_0 \sin\theta \qquad \therefore C_3 = V_0 \sin\theta .$$

I.C.を考慮して、最終的な解は、

$$\begin{cases} \mathbf{r}(t) = (V_0 \cos\theta)t\, \mathbf{i} + \cancel{\left\{-\frac{1}{2}gt^2 + (V_0 \sin\theta)t\right\}} \left\{-\frac{1}{2}gt^2 + (V_0\sin\theta)t\right\} \mathbf{j}. \\ \mathbf{v}(t) = V_0 \cos\theta\, \mathbf{i} + (-gt + V_0 \sin\theta)\, \mathbf{j}. \end{cases}$$

放物運動

物体の軌道が放物線になる。

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= V_0 \cos\theta \; t \\ y(t) &= -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 \sin\theta \; t. \end{aligned}\right\}$$ tを消去して x と y の関係

$y = ax^2 + bx + c$ の形 … 放物線

$$t = \frac{x}{V_0 \cos\theta}$$

y の式に代入

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{V_0 \cos\theta}\right)^2 + V_0 \sin\theta \cdot \left(\frac{x}{V_0 \cos\theta}\right)$$

$$= \boxed{-\frac{g}{2 V_0^2 \cos^2\theta}} \, x^2 + \boxed{\tan\theta} \, x.$$

a に対応　　b に対応

負の量

上に凸の放物線