今日の話

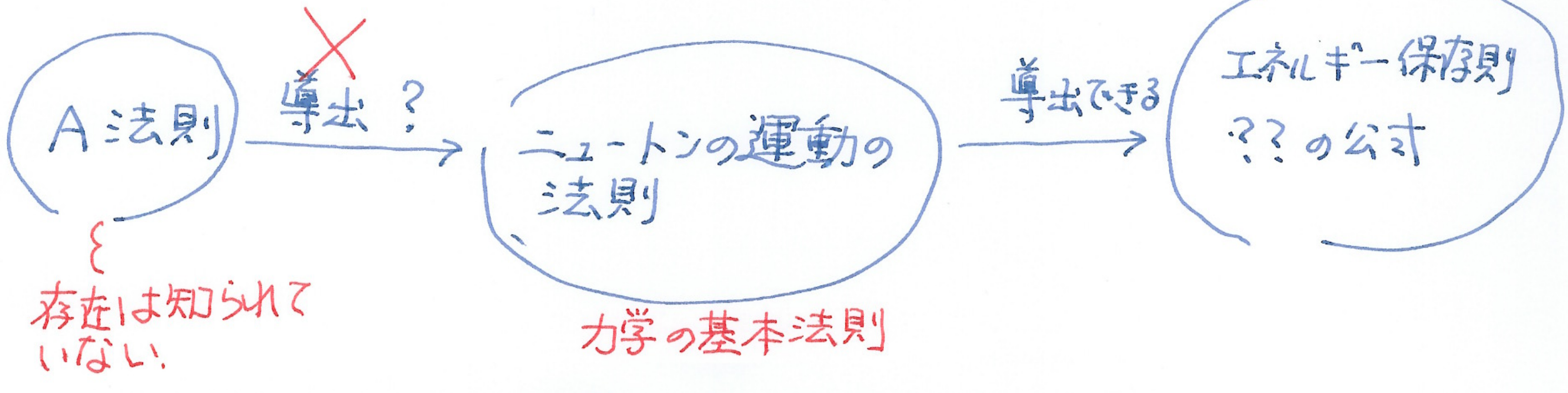
第5章 ニュートンの運動の法則.

力学の基本法則

… 実験・観測によって正しいことが証明されている.

… 別の法則から導けるモノではない.

… 力学の様々な法則は力学の基本法則から導びける.



今日の話は 力学Aの講義の中で最も重要.

5.1 ニュートンの運動の第一法則

… 慣性 という概念の説明.

5.2 ニュートンの運動の第二法則

… 第一法則と第二法則の関係 ← 休憩

質量の意味.

次元と単位.

5.3 ニュートンの運動の第三法則

2つの物体の間に働く力の関係について述べているもの.

この講義では. 1つの物体(質量)の運動を扱う

→ 省略. (教科書, 講義ノートを参照して下さい).

5.1 ニュートンの運動の第一法則

「物体に外部から力が働らかなければ

物体は静止し続けるか，又は $\underbrace{\text{一直線上を一定の\cancel{速さ}速度で}}_{\text{等速直線運動}}$

運動し続ける」

慣性　物体がもっている性質・能力

$\left.\begin{array}{l}\text{物体が静止し続ける} \\ \text{又は} \\ \text{等速直線運動をし続ける}\end{array}\right\}$

ニュートンの~~第~~第一法則を数式で表わすと

$\left.\begin{array}{ll}\text{静止} & v = 0 \\ \text{等速直線運動} & v = \text{定数ベクトル} \\ & (t\text{によらない})\end{array}\right\}$ 力が働かなければ $\dfrac{dv}{dt} = 0$

5.2 ニュートンの運動の第二法則.

「物体に外部から力が働くと
物体の速度が変化(加速度が生じ), 物体の加速度は力に
比例する」.

質量が変化しない

第二法則を数式で表現

力 : $\mathbb{F}$ (ベクトル)

加速度 : $\mathbb{a}$ (ベクトル)

比例定数 … とりあえず α, β (スカラー)

慣例的に

$\mathbb{F} = \underbrace{\alpha}_{\text{質量 } \cancel{m} \text{ に対応していて } m \text{ で表わす}} \mathbb{a}$ 又は $\mathbb{a} = \beta \mathbb{F}$ どちらでもOK.

~~で表わす~~

$$\boxed{m\mathbb{a} = \mathbb{F}}$$ ニュートンの運動方程式 (5.1)

前回（ベクトルの微分）の知識とあわせると.

速度 $\mathbb{v}$ （ベクトル）
加速度 $\mathbb{a}$

$\rightarrow \mathbb{a} = \dfrac{d\mathbb{v}}{dt}$ ＋ 運動方程式

$\Downarrow$

$$\boxed{m\frac{d\mathbb{v}}{dt} = \mathbb{F}}$$ 運動方程式 (5.2)

$\dfrac{d}{dt}$ を含むので 1階の微分方程式

位置ベクトル $\mathbb{r}$ （ベクトル）
加速度 $\mathbb{a}$

$\mathbb{a} = \dfrac{d^2\mathbb{r}}{dt^2}$ ＋ 運動方程式

$\Downarrow$

$$\boxed{m\frac{d^2\mathbb{r}}{dt^2} = \mathbb{F}}$$ 運動方程式 (5.3)

$\dfrac{d^2}{dt^2}$ を含むので 2階の微分方程式

(5.1) と (5.2), (5.3) の違い.

微分方程式の形で書けている

微分を含んだ方程式

(5.2), (5.3) という微分方程式を解くことにより、あらゆる力学の問題が解けるようになっている。

第一法則と第二法則の関係。

(5.2) で $\mathbf{F}=0$ (力が働いていない) とする

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt}=0 \qquad \text{(一般に } m\neq 0 \text{ なので、両辺 } m \text{ でわって)}$$

$$\rightarrow \frac{d\mathbf{v}}{dt}=0.$$

第一法則と第二法則は矛盾していない。

第一法則は第二法則から導びけるなら、第一法則は基本法則に加える必要はない?

→ 第一法則のより深遠な意味 (教科書を参照)

ニュートンの運動の第二法則　(質量が変化する一般の場合)

「物体に外部から力が働くと
物体の運動量が変化し，物体の運動量の時間変化率は
物体に働く力に等しい」

運動量　$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$　…(5.4)　：物体の運動の激しさを表す．衝突したときの衝撃の大きさを表す　} 量

$$\boxed{\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{F}} \quad \cdots \text{運動方程式} \quad (5.5)$$

(5.4)を(5.5)に代入してみる

微分の連鎖律

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{d(m\boldsymbol{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\boldsymbol{v} + m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{F}$$

もし質量が変化しないなら $\frac{dm}{dt} = 0$.

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{F}$$

…(5,2)が出てきた．

~~次元と単位~~.

質量の意味 … 慣性の大きさを表す示標.

物体 1	質量 m_1	同じ力 F	加速度 a_1
物体 2	〃 m_2	F	a_2

($m_1 > m_2$ 仮定)

⇒ 運動方程式

物体1　$m_1 a_1 = F$ → $a_1 = \frac{F}{m_1}$　$|a_1| = \frac{1}{m_1}|F|$

物体2　$m_2 a_2 = F$ → $a_2 = \frac{F}{m_2}$　$|a_2| = \frac{1}{m_2}|F|$

$|a_1|$ と $|a_2|$ を比べると

$|a_1| < |a_2|$ … 意味　質量の大きな物体ほど加速度が小さい.

↳ 速度のかえにくさが大きい (難さ)

↓

慣性が大きい

次元と単位.

物理学で取り扱かう量(物理量)には 次元 という固有の性質をもっている.

		記号
基本的な次元 ...	長さ.	L
スカラー	時間	T
	質量	M

他の次元は左の3つの次元から作ることができる.

速度 v の次元　記号 $[v]$ 又は $[v]$

$$[v] = \left[\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right] = \left[\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t}\right]$$

$$= \frac{L}{T}$$ (長さ)/時間.

加速度 a の次元

$$[a] = \left[\frac{dv}{dt}\right] = \frac{[v]}{T} = \frac{L}{T^2}$$ 長さ/(時間)^2

次元の異なるものどうしを足したり引いたりできない.

方程式の両辺の次元は一致していなければならない.

運動方程式

$$m \, a = F$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$M \quad L/T^2$$

Fの次元 $[F] = ML/T^2$ 　　(質量)×(長さ)/(時間)^2.

単位.

長さ
時間
質量 … 数値で表わすとき

メートル	m
秒	s
キログラム	kg

標準
国際 ～ SI Unit
(MKS単位).