第3章　数学の話題　ベクトル

第4章も 数学の話題

数学は 物理学にとって言葉.

物理学で使う数学は他の授業科目でも役に立つ.
(力学A)　　(学問分野)

ベクトルとは何か
ベクトルの計算.
} 高校の復習　ただし表記法に注意

休憩 ・・・・・・・・・・

ベクトルの分解 ・・・ 単位ベクトル

位置ベクトル ・・・ 物理学で使われる概念.

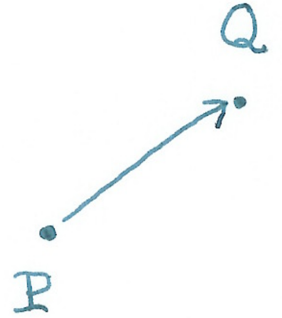
3.1 スカラーとベクトル

物理学で扱う量

{ スカラー (スカラー量) 実数(数値のみ)で表現される　例 温度.
{ ベクトル (ベクトル量) 大きさ(正の実数)と方向をもつ　例 速度, 力.
1つの

× テンソル (テンソル量) 大きさ(正の実数)と2つ以上の方向をもつ　例 応力

ベクトルの幾何学な抽像.



2つの点を結ぶ矢印

P：ベクトルの始点

Q：ベクトルの終点

表記の仕方

高校のとき　上付き矢印　$\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{a}$, $\vec{b}$, ...

この授業. 大学の講義　研究者　[フトジ 太字 太文字] を使う　$\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$, $\mathbb{a}$, $\mathbb{b}$, ...

$\mathbb{i}$, $\mathbb{j}$ ...
アイ　ジェー

ベクトルの大きさ
スカラー

$|\mathbb{A}| = A$,　$|\mathbb{B}| = B$ ...
絶対値

$|\mathbb{F}| = F$ ...

3.2. ベクトルの代数

足し算、引き算、掛け算、わり算

☆ ベクトルとベクトルの足し算・引き算 … ここで解説

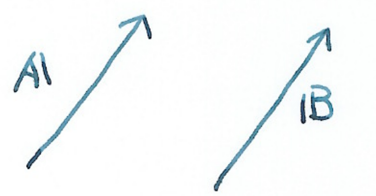
ベクトルとベクトルの掛け算　2種類　内積　力学Aの終半で扱う

外積 …… 力学Bで扱う

〃　の割り算　× ない

---

1. 互いに平行で大きさが等しい2つのベクトル $\mathbb{A}$ と $\mathbb{B}$

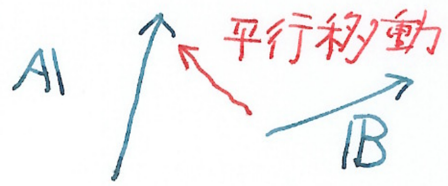


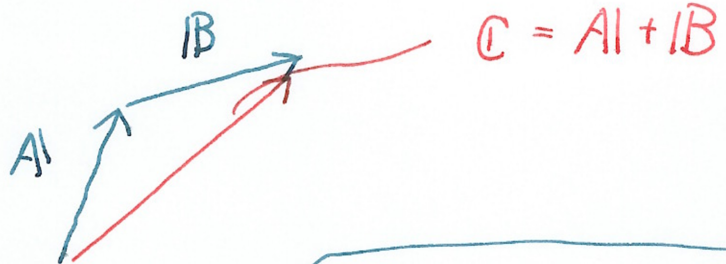
… $\mathbb{A} = \mathbb{B}$

2. あるベクトル $\mathbb{A}$ と同じ大きさをもち、逆向きのベクトルは

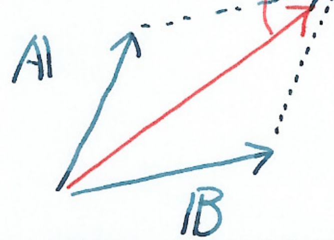
$-\mathbb{A}$

3. ある2つのベクトル $\mathbb{A}$ と $\mathbb{B}$ の和を $\underline{\underline{\mathbb{C}}}$ とする.





別の見方

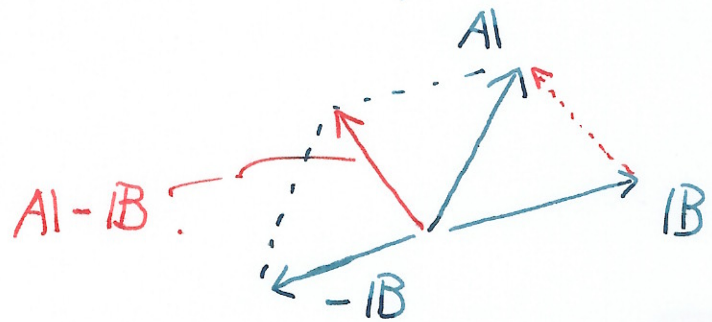


$\mathbb{A}$ と $\mathbb{B}$ で作られる平行四辺形の対角線.

$\mathbb{A}+\mathbb{B} = \mathbb{B}+\mathbb{A}$ も図からわかる.

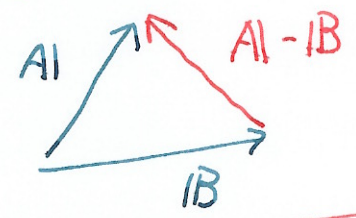
4. ある2つのベクトル $\mathbb{A}$ と $\mathbb{B}$ の差 $\mathbb{A}-\mathbb{B}$.

$\mathbb{A}+(-\mathbb{B})$ と考える



〜 ベクトルの微分のときの基礎.

別の見方



$\mathbb{B}$ の終点から $\mathbb{A}$ の終点に向かうベクトル

5. $\mathbb{A} = \mathbb{B}$ とき. → $\mathbb{A} - \mathbb{B} = \mathbb{O}$

ゼロベクトル

大きさがゼロ. 向きは定義できない.
しばしば O（ゼロ）と書いてしまう場合が多い.

6. ベクトルのスカラー倍.

p : スカラー量.

$\mathbb{A}$: ベクトル量.

$p\mathbb{A}$ … ベクトル　大きさ $|p|A$

向き : $\mathbb{A}$と同じ　$p > 0$

$\mathbb{A}$と逆.　$p < 0$

他の代数法則.　講義ノート P.22参照

可換則
結合則
分配則

スカラー量どうしの足し引き算で成り立つものは
ベクトルどうしでも成り立つ.

3.3 単位ベクトル.

大きさが 1 のベクトルを単位ベクトル.

あるベクトル $\mathbb{A}$ … 大きさ A

↳ $\mathbb{A}$と同じ方向を向いていて大きさが1のベクトル ($\mathbb{A}$と同じ方向を向く単位ベクトル)

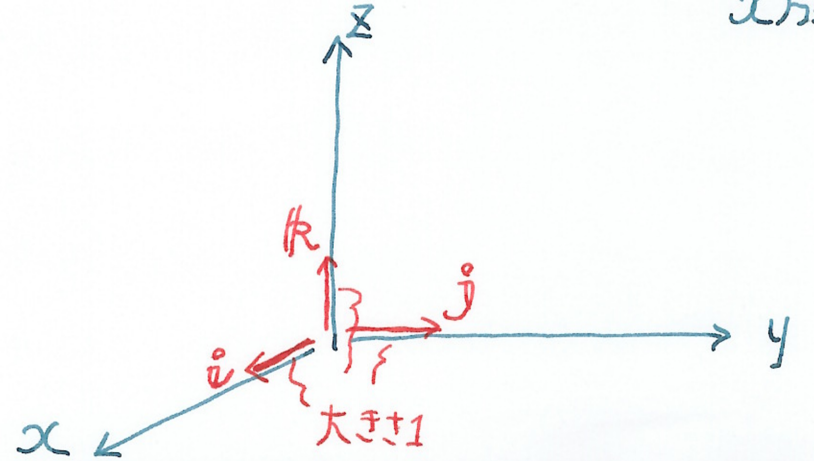
$$\hat{\mathbb{A}} \equiv \frac{\mathbb{A}}{A}$$

特に重要な単位ベクトル

デカルト座標系の単位ベクトル

慣例的に $\mathbb{i}$, $\mathbb{j}$, $\mathbb{k}$

x方向 y方向 z方向 の単位ベクトル



3.4 ベクトルの分解.

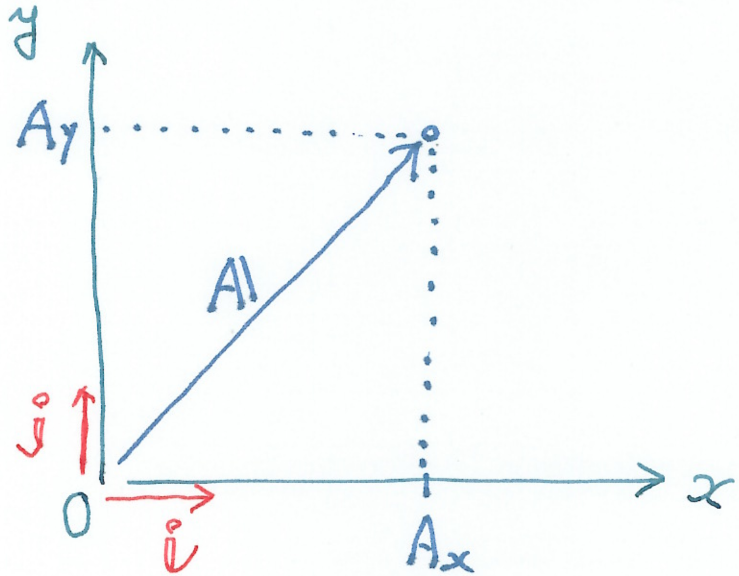
~~※ $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$: 成分表示 … 高校のとき.~~

☆ $\mathbb{A} = \underbrace{A_x \mathbb{i} + A_y \mathbb{j} + A_z \mathbb{k}}_{\text{デカルト座標系における}\ \mathbb{A}\ \text{の分解.}}$ … この授業. 研究者

Point : "単位ベクトルまで含めて書く."

ベクトルの微分のときに必要.

例 2次元で解説



$$\mathbb{A} = A_x \mathbb{i} + A_y \mathbb{j}$$

ベクトル$\mathbb{A}$の大きさ

$$|\mathbb{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$\mathbb{A} = A_x \mathbb{i} + A_y \mathbb{j} + A_z \mathbb{k}$

の大きさは $|\mathbb{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$ … ピタゴラスの定理より

$\mathbb{A}$ と $\mathbb{B}$ の和

成分：スカラー

$\mathbb{A} = A_x \mathbb{i} + A_y \mathbb{j} + A_z \mathbb{k}$

$\mathbb{B} = B_x \mathbb{i} + B_y \mathbb{j} + B_z \mathbb{k}$

$\mathbb{A} + \mathbb{B} = (A_x + B_x)\mathbb{i} + (A_y + B_y)\mathbb{j} + (A_z + B_z)\mathbb{k}$.

スカラー倍（スカラー p）

$p\mathbb{A} = pA_x \mathbb{i} + pA_y \mathbb{j} + pA_z \mathbb{k}$.

$\mathbb{A} = \mathbb{B}$ なら

$A_x = B_x$, $A_y = B_y$ $A_z = B_z$ … 各成分どうしが等しい。

3.5 位置ベクトル.

物体の時々刻々の位置 $(x(t),\ y(t),\ z(t))$

をベクトルを使って表現しておくと後々便利になる.

位置ベクトル

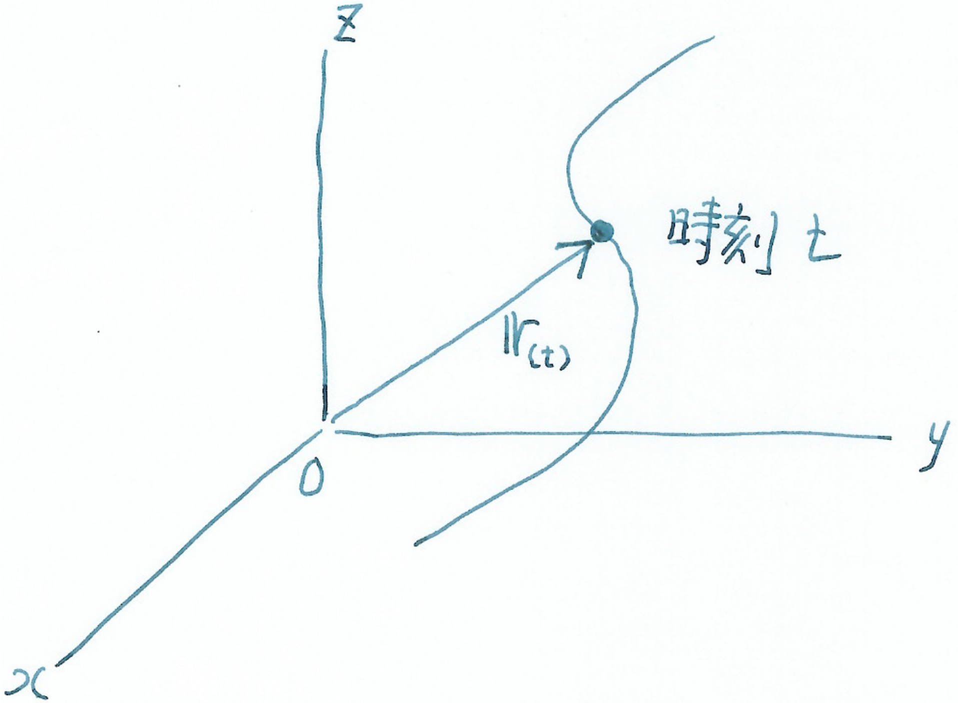
速度 : ベクトル

加速度 : ベクトル

を導入.

$$\boxed{\mathbb{r}(t) = x(t)\,\mathbb{i} + y(t)\,\mathbb{j} + z(t)\,\mathbb{k}.}$$

省略することがある



$\mathbb{r}$: 位置ベクトル

↓ 微分

$\mathbb{v}$: 速度

↓ 微分

$\mathbb{a}$: 加速度.