今日の予定

~~前回の授業について~~

- ✓ 小テストの結果と 正~~解~~解 → 52名が解答. 10名が未解答. → 連~~絡~~絡を下さい.
- ✓ レポートの提出状況

tm300011. ~~pdf~~ .pdf

学~~籍~~番. 拡張子 種類.

ファイルを直接書き込む. フォルダーを作らない.

今日の話

- ✓ - 質点
- ✓ - 座標系.
- 軌道 ← 今回は割愛.
- 数学の話題 ← 今回の宿題 · レポート

2.1 質点

物理学では問題を理想化して取り扱かう.

力学 … 物体の運動を考察

→ 理想化(単純化)

理想化されたモノ

★ 質点：有限の質量. 大きさはない. → 力学A

実在の物体の重心を考えるとき有効.

複雑化 ↓

- 質点系：2個以上の質点
- 剛体：有限の質量と体積。変形しない.

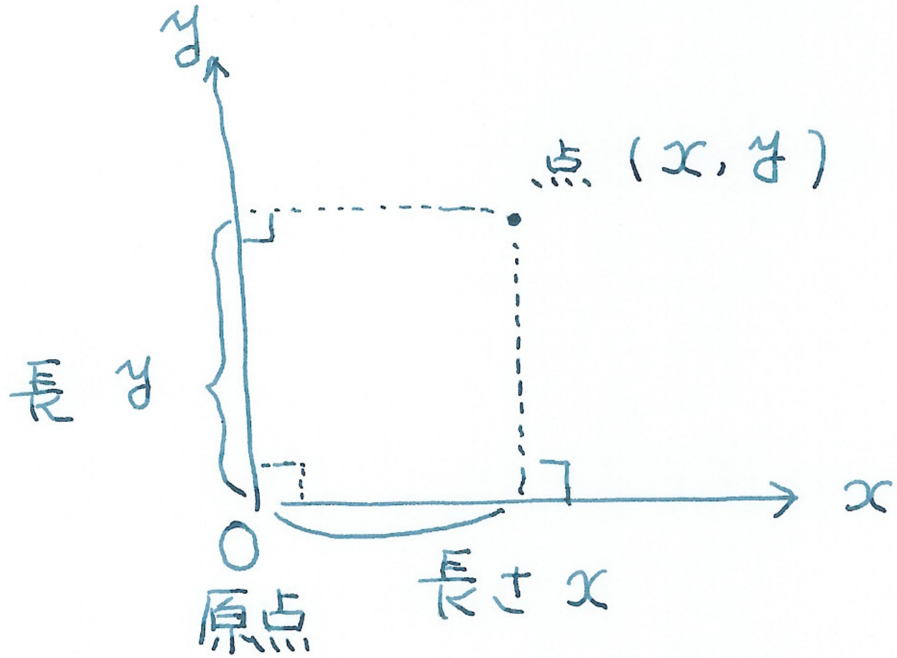
} 力学B

- 連続体：変形する.

→ 弾性体力学
流体力学.

2.2 座標系

中学生の頃から なじみがあるハズ



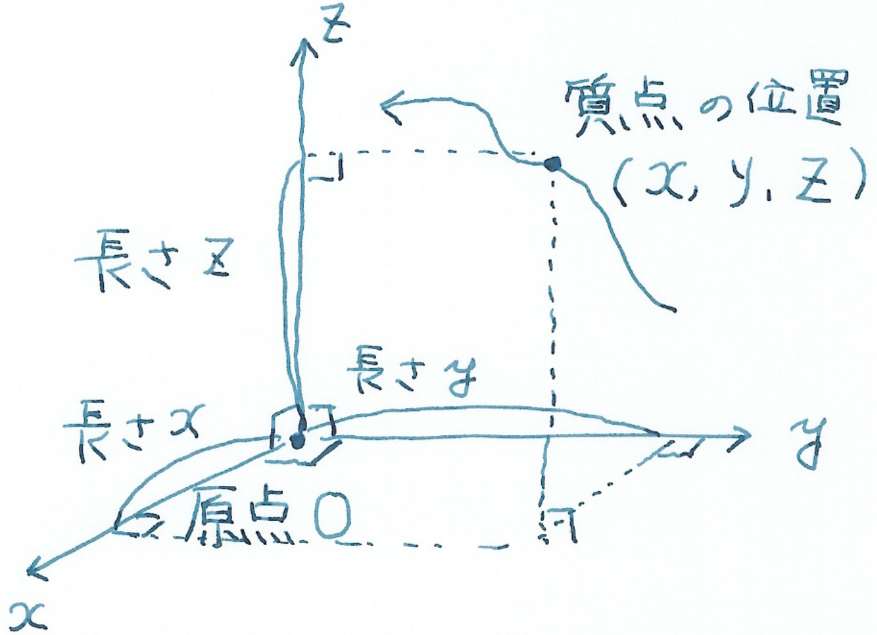
x, y … 2つの実数を使って点の位置を指定する。

2次元 デカルト座標系

⇓

3次元に一般化できる。 … 説明 P.12 図2.1.

3次元　デカルト座標系



x, y, z 軸は互いに垂直.

Point

1. 質点の位置が変化しても座標軸の向きは変わらない.
2. 素朴で自然, 簡単な座標系

↓

多くの問題を解く際に利用される.

他の座標系も存在 … 図2.2, 図2.3
円柱座標, 極座標

→ どの座標系を使うのが良いか?

自分が解きたい問題が簡単になる座標系を採用する.

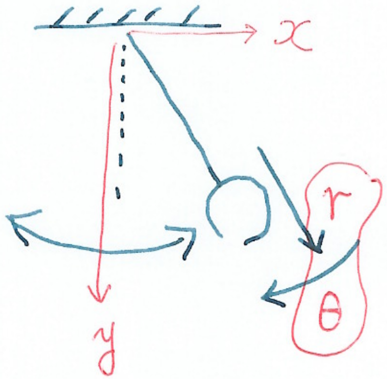
この講義

第5章　重力の作用のもとでの物体の運動　軌道

→ デカルト座標

6章　バネにつながれた物体 → デカルト座標

振り子



2次元極座標

2.4 Euler（オイラー）の公式

〜 数学の公式

$$\boxed{e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta} \quad \cdots \quad \text{Euler の公式} \quad (2.10)$$

i : 純虚数　　$i \equiv \sqrt{-1}$

↑ 定義

θ : 実数

とても便利.

- 微分方程式の解として, よく登場
- 三角関数の公式の多くも (2.10) から導びける.

〜 加法定理.

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1.$

$$\frac{d(\sin\theta)}{d\theta} = \cos\theta, \quad \frac{d(\cos\theta)}{d\theta} = -\sin\theta.$$

$$\left.\begin{aligned}\sin(\alpha+\beta) &= \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \\ \cos(\alpha+\beta) &= \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta\end{aligned}\right\}$$ まとめて証明できる.

α, β：実数

証明

Eulerの公式

$$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha \quad \cdots (1)$$

$$e^{i\beta} = \cos\beta + i\sin\beta \quad \cdots (2)$$

① $e^{i\alpha} \times e^{i\beta} = e^{i\alpha+i\beta} = e^{i(\alpha+\beta)}$

指数関数の積なので

Eulerの公式を使う

$$= \cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta) \quad \cdots (3)$$

② (1)の右辺と(2)式の右辺の積

$$e^{i\alpha} \times e^{i\beta} = (\cos\alpha + i\sin\alpha)(\cos\beta + i\sin\beta)$$

$$= \cos\alpha\cos\beta + i\cos\alpha\sin\beta + i\sin\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$= (\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) + i(\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta) \quad \cdots (4)$$

(3)の実部 = (4)の実部

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

(3)の虚部 = (4)の虚部

$$\sin(\alpha+\beta) = \cos\alpha \sin\beta + \sin\alpha \cos\beta$$

$\sin\theta$, $\cos\theta$ の微分

$$\frac{d(e^{\alpha x})}{dx} = \alpha e^{\alpha x}$$

$$\frac{d}{d\theta}(e^{i\theta}) = i e^{i\theta}$$

↓ Eulerの公式

$$= i(\cos\theta + i\sin\theta) = i\cos\theta - \sin\theta$$

~~実部~~ 一方

$$\frac{d}{d\theta}(\underbrace{e^{i\theta}}_{\text{Eulerの公式}}) = \frac{d}{d\theta}(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$= \frac{d}{d\theta}\cos\theta + i\frac{d}{d\theta}\sin\theta$$

実部と虚部をくらべる

$$\frac{d}{d\theta}(\cos\theta) = -\sin\theta \qquad \frac{d}{d\theta}(\sin\theta) = \cos\theta$$

→ 三角関数の微分も導びける.