

地球惑星科学基礎III
&
地球惑星科学基礎III演習

山中大学, 岩山隆寛, 荻野慎也

ガイダンス

0.1 地球惑星科学と物理数学

地球惑星科学というものは、研究対象が地球・惑星（・宇宙）などの自然現象であって、研究のやりかたとしては結局、物理学・化学に尽き、また理論的研究と実験的研究が存在する。その中の実験的な研究においては、自然現象が対象の場合は室内実験と違って初期条件や境界条件などを研究者が勝手に設定する（把握しきる）ということは不可能である。よって、観測という受動的な言葉が多用される。また、実験データを細かい分解能で（連続的に）取得したり、同じ条件で何度もやり直したりすることも不可能である。したがって、実験的（観測的）研究を行なう場合においても、仮定や先入観や予測というものが不可欠であり、研究の結論は常にそれらの仮定・先入観・予測を確認したり、部分修正したり、否定したりする形で行なわれ、虚心坦懐な測定も自然現象の把握には不可欠である。実際例えば気象庁の人達は毎日毎晩そういう測定を行なっている。しかしそのような個々の測定だけではあくまで作業であって、研究とは呼べない。自然現象が相手の場合、測定は常に不完全なものなのである。その不完全さを埋めてやったり、不完全さを（目的に対して）最小限にするためには、必ず上記のような仮定・先入観・予測が不可欠である。それを行なって始めて研究的な観測を行なったと言える。

このように、実験的研究においても必要な仮定・先入観そして予測を行なうためには、ある程度の理論的研究を理解したり自前でやってみたりすることが必要なのである。自然現象を始めから理論的に研究しようとする場合は、当然理論的研究のやりかたや、そこで用いるテクニックを学ぶことが必要となる。物理学の理論的側面で用いるテクニックとして最も基本的なものは数学である。物理学を数学にすることで、研究対象は普遍化され、抽象化される。この抽象化こそ、具体的な自然現象を学んだり研究しようとする傾向が強い人には結構無視できない障壁となる（地学はやりたいが、物理や数学はいやだという人がいる）。しかし抽象化し、誰でも同じ正解を導ける数学に転化することで、自然現象の研究（本来は正解であるかどうか判定できない）は始めて多数の人が客観的に議論することのできる対象となるのである。また、数学を用いることで定量的な予測が始めて可

能となる。したがって物理学における理論的研究は、数学テクニックを無視して行なうことはできない。

物理学は自然哲学として発祥・発展し現在にいたってきた。そこで物理学は人間の自然認識に対する哲学と捕らえることができる。しかしながら、物理学で用いる範囲の数学はテクニックだと思っていてよい。あるいは、物理学をスポーツにたとえるならば、物理学で使う数学は基礎体力に相当する。スポーツ選手を目指す場合はもちろん、スポーツを楽しむ場においても何らかの基礎体力トレーニングが必要であるのと同様に、自然現象を物理学的に研究する研究者になったり、その研究成果の理解という快楽を享受するためには、物理数学(物理学で使う数学)という基礎体力トレーニングが必要なのである。女子マラソン世界記録保持者の高橋尚子¹は米国コロラドでの極めて苛酷な高地トレーニングに耐えたというが、同様に、地球や惑星の営みを理解しつくすためには、いやでもある程度苛酷な数学のトレーニングを行なわなければならない。トレーニング(数学)それ自体をやりたい人は別として、あらゆるスポーツ選手(物理学的研究を目指す学生や研究者)にとってトレーニング(数学の修行)はきついものである。またトレーニング(数学修行)の時間はゲーム(直接的な自然の研究そのもの)の時間ではないから、それが平均よりうまくこなせるかどうかというのはゲーム(自然の研究)の成否とは必ずしも関係がない。しかしながら数学が不得意や嫌いであっても、頑張っただけで勉強すれば、自然の物理学的研究を行なうことはできるようになり得るのである。大事なことは数学が嫌い・不得意であっても、とにかくやらなければならないということ、そしてそれは適当なトレーナーや応援者とともにこなせばよいのであって、入試のようないわゆる試験数学のように、全てを覚えたり、早く問題を解く必要はなく、参考書やチューターなどのトレーナーと常に相談しながら時間を掛けて乗り越えていけばいいわけである。

自然現象の物理学的研究を行なうためにこなしておいたほうがいいトレーニングはたくさんある。時間も限られており、また同様の趣旨で行なわれている他の地球惑星科学基礎の授業もあるのだから、この授業では、自然現象を記述する際によく登場する少数の有名な方程式を解くのに必要なテクニックとしての Fourier 解析というものを中心として述べる。Fourier 解析というものは、ある任意の物理量の時間的あるいは空間的変動を、様々な「波」の重ね合わせとして眺めようとする方法、あるいはテクニックである。まったく複雑で手がつけられないような変動する自然現象のデータも、それを構成する一つの「波」の成分として眺めれば、かなり考えやすいものとなることが多いのである。何故なら「波」という概念そのものは極めて具体的な現象であり、我々はそういう具体的な波に関する考察か

¹この原稿の初稿を執筆した時点では世界最高記録保持者だったが、記録樹立後僅か1週間程でその記録は塗り変えられてしまったが...

ら、波の種類が周期や波長というようなものの組合せで指定でき、波の振舞や強さが振幅というもので表現できることを知っている。さらに、そのような波を記述する周期とか位相速度とかいうものが、波が置かれている媒質の性質と、そこに与えられた作用の性質とで基本的に決まるべきものであることも、具体的で簡単な波の考察から理解できる。それらを理解したうえで、自然現象を記述する変数の変動を波として捉え、変動の様相を波に関する普遍的な性質に当てはめることができれば、その変動の謎はかなり解けたことになるというわけである。

波としてまず諸君が念頭にあるのは、地震、つまり地殻に生じて伝わる波があるだろう。地殻変動がもし海底で起こったら、今度は海洋に波が生じる。海面に立つ波は、むしろ波として最もファミリーな基本的な波の概念に対応するものと言えるだろう。何故海面に波が立つのか？海面とは比重の重い水と、比重の軽い空気との境界面であって、それらは地球本体の重力(万有引力)というものの作用で、巨視的には下(地球により近いところ)に海水、上に大気という構造(成層)をしている。これが海底地震でも何でもよいが揺さぶられたとき、海面は凹凸する。つまり重い海水が、ある場所では周辺の軽い海水より高いところにきていたりする。これを重力はもとに戻そうとして海面の凹凸は振動する。そしてこの振動は、重力や海水の構造・性質で決まるある時間的・空間的な構造を持って周囲にも振動を伝えていく。これが波である。サーファーが好むハワイの波は、強い風が海面を引きずってできる。大気は上空程密度が小さいから、大気中にも波動が生じる(これは目に見えないこともあるが、普通凹凸の上昇部分では断熱冷却という作用で空気が冷えてその中の水蒸気が凝結して、雲という形で目に見えることも多い。このような話はいずれ別の講義でやるが)。とにかくそのように波は、地球を構成する様々な領域で起きている現象なのである。

最後に繰り返していうが、物理で使う数学は実は下等な基礎体カトレーニングに過ぎないものなのである。数学に持ち込めば誰でも(苦勞はしても)同じ解答を導ける、とういうことは、数学に持ち込んだらもはや天才的哲学・眼力というのはいらぬレベルになるということなのだ。諸君らもよく見るであろう葛飾北斎の神奈川沖浪裏の浮世絵というのがある。北斎はその絵の中で今の言葉で言うところの「波の崩壊の自己相似的振舞」という哲学真理を、実に今から二百年も前に気づいていたのである(嘘だと思ったら浮世絵の白波の部分をよく眺めて欲しい；そこには大波の崩壊と全く同じ形の巻き波のミニチュア版が描かれている。もしその部分を大きく拡大したら、浮世絵全体に広がる大波と全く同じ形をしていることに気づかれるであろう)。北斎は当然、物理学も数学も知らなかった。しかし彼は自然の真実の一つに気付いたのである。こんなことは誰にもできるわけがない、ゆえにこういうごく少数の人間は天才と呼ばれる。天才には、数学はいらぬ(天才スポーツマンが凡オスポーツマンと同じトレーニングがいらぬのと同

じ)。凡才にこそ 数学は必要なのである。諸君らも、私もみなたぶん凡才だと思う(失礼な、と思った諸君は是非頑張っ欲しいと思うが、たぶん当たっていると思う)。だから諸君も私達も、地球や惑星や宇宙のことを突っ込んで考えようとする前に、基礎体力としての数学修行が必要なのである。

0.2 地球惑星科学基礎 III

0.2.1 講義内容 (トピックス)

- i) Fourier 級数展開
- ii) 複素 Fourier 級数展開
- iii) Fourier 級数展開を用いた偏微分方程式の解法 (波動方程式)
- iv) Fourier 変換
- v) Fourier 変換を用いた偏微分方程式の解法 (拡散方程式)
- vi) Fourier 級数展開の幾何学的意味
- vii) Laplace 変換
- viii) スペクトル解析
- ix) 有限個のデータの Fourier 級数展開
- x) 高速 Fourier 変換
- xi) その他この講義の内容の地球惑星科学における応用例などを適宜解説する予定。

私的メモ … 取り扱っていない話題：

- 波の運動学を 1 回の講義で行うことが必要かもしれない。

0.2.2 参考書

本講義に関連する内容を含んだ参考書をリストアップしておく。

- 程度は高いが、大学生としては是非一度は手にとって眺めて欲しい書籍。
 - R. Courant and D. Hilbert: Method of Mathematical Physics, vol. I. Wiley, 1953.(Fourier 級数の話は chapter II. 邦訳: 数理物理学の方法, 東京図書出版)
 - A. Sommerfeld: Partial Differential Equation. Academic Press, 1949. (Fourier 級数の話は chapter I, 邦訳: 物理数学, 講談社)
 - 高木貞治: 解析概論. 岩波書店, 1983, (Fourier 級数の話は第 6 章).

- 寺澤寛一：自然科学のための数学概論 [増訂版], 岩波書店, 1983.
- 初学者向け参考書
 - 和達三樹：物理のための数学, 岩波書店.
- 一般的程度の参考書
 - 矢野健太郎, 石原繁：解析学概論 (新版), 裳華房, 1982.
- スペクトル解析の参考書
 - 日野幹雄: スペクトル解析, 朝倉書店, 1977.
 - 石岡圭一, 1998: FFT – 高速アルゴリズムの発見 –. 数学セミナー, 37 (1998年12月号), 日本評論社, pp. 34 – 39.

0.3 地球惑星科学基礎 III 演習

0.3.1 方針

- 地球惑星科学基礎 III で取り扱ったテーマに関連する演習問題を解くことによって, 講義への理解を深める. とくに数式を取り扱う能力を高める.
- 演習問題は, 5 ~ 10 題程度の分量の問題を隔週で, プリントにして配る.
- 受講生は配られた演習問題をその場で, もしくは翌週までに解いてくる. 希望者が黒板に問題, 及び模範解答を示し, 模範解答の解説をする. 教官は必要に応じてそれに対して補足説明を行う. これは人前で喋るプレゼンテーションの練習になる. なお, 解答者を教官側から指名することは行わない. あくまでも学生が自主的に黒板に出て模範解答を示し, 解説を行う. 演習の授業は学生が主体となって作っていくことを注意しておく.
- 授業中に黒板で解き残した問題は, (翌週までに) レポートとして提出する.

0.4 合否判断

講義時間に 2 回のテスト (中間試験, 期末試験) を行なう. さらに演習時間中に黒板に出て問題を解いた数に応じて点数を加味し, 講義・演習の合否判断を同時に行う.

0.5 連絡先

この講義および演習には、3名の教官が携わっている。質問は授業時間に限らずいつでも受け付ける。各スタッフの連絡先は以下のとおりである。

- 山中大学; 電子メール: mdy@kobe-u.ac.jp; 居室: 自然科学研究科 3号館西棟 503号室
- 岩山隆寛; 電子メール: iwayama@kobe-u.ac.jp; 居室: 自然科学研究科 3号館西棟 502号室
- 荻野慎也; 電子メール: ogino@ahs.scitec.kobe-u.ac.jp; 居室: 自然科学研究科 3号館西棟 506号室