

地球惑星科学基礎III 演習(6)

2003/1/9 作成

1 Laplace 変換の問題

- i) a) $\mathcal{L}\{F(t)\} = f(s)$ のとき, $\mathcal{L}\{e^{at}F(t)\} = f(s-a)$ を証明しなさい.
b) $\mathcal{L}\{e^{at} \sin bt\}$ を求めなさい.
- ii) 以下の微分方程式を Laplace 変換を用いて与えられた条件のもとで解きなさい.
- a) $Y''(t) + 3Y'(t) + 2Y(t) = 0; Y(0) = 3, Y'(0) = 0.$
b) $Y''(t) - Y'(t) = t; Y(0) = 2, Y'(0) = -3.$
c) $Y''(t) + 2Y'(t) + 2Y(t) = 4; Y(0) = 0, Y'(0) = 0.$
- iii) a) $\mathcal{L}\{F(t)\} = f(s)$ のとき, $\mathcal{L}\{t^n F(t)\} = (-1)^n f^{(n)}(s)$ を証明しなさい.
b) $\mathcal{L}\{x \cos x\}$ を求めなさい.
- iv) $f(s) = \mathcal{L}\{F(t)\}, g(s) = \mathcal{L}\{G(t)\}$ のとき, $f(s)g(s) = \mathcal{L}\{H(t)\}$, ここで,

$$H(t) = \int_0^t F(u)G(t-u) du, \quad (1)$$

を証明しなさい. (1) は F と G の畳み込み (convolution) と呼ばれる.

- v) 以下の関数の Laplace 変換を求めなさい.
- a) $\frac{1}{\sqrt{t}}$
b) $\cosh at$
c) $\frac{\sin t}{t}$