

地球流体力学講義ノート

岩山隆寛

2007 年 4 月 10 日

目次

第-1 章	はじめに	1
-1.1	授業のテーマと目標	1
-1.2	成績の評価方法	2
-1.3	教科書・参考書	2
-1.4	連絡先	4
-1.5	その他	5
第 0 章	種々雑多な補足	7
0.1	座標系	7
0.2	表記 (notation)	7
0.3	Gauss の定理	9
0.4	Stokes の定理	9
第 1 章	序論	13
1.1	連続体の概念	13
1.2	流体粒子	14
1.3	応力	15
1.4	流体の定義	16
1.5	気圧傾度力	18
1.6	流体の種類	21
第 2 章	流れの記述	25
2.1	流れを表す物理量	25
2.2	流れを表す方法	26
2.3	保存則	30
2.4	流線と流跡線	31

第 3 章	流体力学の基礎方程式	33
3.1	連続の式	33
3.2	運動方程式	36
3.3	エネルギー論	39
3.4	熱力学的エネルギーの方程式	41
第 4 章	状態方程式	45
4.1	状態方程式の例	45
4.2	順圧流体の状態方程式	47
4.3	温位	49
第 5 章	大気鉛直構造	51
5.1	暖気核	51
5.2	測高公式	52
5.3	スケールハイト	53
5.4	乾燥大気鉛直方向の安定性	54
第 6 章	流体力学の基礎方程式の解の例：音波とその周辺	57
6.1	状況設定	57
6.2	線形近似	57
6.3	波動方程式	59
6.4	縦波・横波と圧縮条件の関係	61
6.5	波動解の種類	61
第 7 章	回転系上の運動方程式	63
7.1	Coriolis の力	63
7.2	回転系における運動方程式	67
7.3	球座標系	68
7.4	実効重力	69
7.5	球座標系での運動方程式	71
7.6	β 平面近似	72
第 8 章	運動方程式の簡単な応用	77
8.1	バランスした流れ：傾度風平衡	77
8.2	傾度風平衡の吟味	79
8.3	幾つかの特殊な場合	80

第 9 章	渦	83
9.1	渦度	83
9.2	Lagrange の渦定理 (渦の不生不滅の定理)	85
9.3	循環	88
9.4	循環定理	88
9.5	渦位の保存則	90
9.6	渦無し運動 ～圧力方程式 (一般化された Bernoulli の定理)～	92
9.7	一様な渦度分布を持つ流れの場合	93
第 10 章	相似性	95
10.1	序	95
10.2	Reynolds の相似法則	96
10.3	Reynolds 数の物理的意味	97
10.4	その他の無次元数	97

第-1 章

はじめに

-1.1 授業のテーマと目標

本講義で扱う地球流体力学とは大気・海洋の運動を統一的に理解するために必要となる基本的な力学的概念を考察する学問分野である。^{*1}

物質の三態、即ち、固体、液体、気体のうち、液体と気体は力を加えると変形し、流れるという共通の性質を持っている。そこで、気体と液体を一括して流体 (fluid) と呼び、その運動を調べる学問分野として**流体力学**(fluid dynamics) が Newton の時代より発展し続けている。地球上に存在する気体・液体である大気・海洋（これらを一括して地球流体 (geophysical fluid) と呼ぶ）も共通の特性を持っている、と考えるのは、ごく自然な推論であろう。また、大気と海洋は共に地球という**回転系**上で**重力場**中に存在し、重力の効果によって軽い流体が重い流体の上に積み重なった**密度成層**状態にある。このように考察の対象である大気・海洋が同様な環境に存在しているという点からも、それらの運動が統一的に記述・理解できるであろうことは想像がつく。

地球流体力学は、通常、流体力学を学んだあとに、その応用・発展（**回転系上の密度成層流体力学**）として論じられる。すなわち、通常の地球流体力学のテキストや講義では、流体力学は既知であるとして議論を進めていくのである。しかしながら、本大学理学部では流体力学の講義が開講されていないので、本講義では、密度成層や回転の効果を考慮しない流体力学の基礎から話を始める。^{*2} まず、流体現象を記述するための方法を解説し、基礎方程式の導出を行う。さらに地球流体現象を記述する上で基本的概念となる**渦**と**波**の解説を行う。^{*3} 特に本講義では流体力学や地球流体力学の物理学的学問体系に力点を置

^{*1} 最近では地球流体力学は大気や海洋のみならず、地球内部に存在するマンツルの運動など、一般に回転系上の流動現象を扱う学問と拡張され、位置づけられている。

^{*2} その分、恐らく通常の地球流体力学の講義よりも取り扱う内容は少なくなってしまう。

^{*3} 地球流体力学におけるその他の重要な基本概念である「不安定性」については、修士課程対象の「大気水圏科学特論」で扱う。

く。そこで、本講義で述べた基本概念を用いて大気・海洋現象がどのように記述できるのか、については、林祥介教授担当の「大気水圏科学」の受講や、以下に挙げる参考書を参照して欲しい。

-1.2 成績の評価方法

学期末に行う試験により評価する。なお、授業中に適宜出すレポートを試験の点数に加味する。

-1.3 教科書・参考書

教科書は特に指定しない。幾つか推薦図書を挙げておく。将来、気象学の勉強や研究を志す者は流体力学のテキストを一冊ぐらいいは手元に持っておくことを勧める。

- 流体力学

1. 今井功, 「流体力学 (前編)」 (裳華房) 【一般～研究者向け】

著者は航空力学の専門家で、文化勲章受賞者である。著者は応用数学にも強く、特殊関数などの本も執筆している。今井先生は誠に残念ながら 2004 年秋に亡くなったので、流体力学 (後編) は未完となった。この本では粘性のない流体 (完全流体) の力学から説き起こし、渦のない流れ、渦運動の力学、そして粘性流体へと議論を進めている。渦運動の章は特に詳しく、世界的に見てもこの本ほど詳しく渦運動を詳しく扱っている本は多くない。波を扱った章は残念ながら (後編に掲載される予定であった)。なお、この書籍のコンパクトなもの (全書版) として、“今井功, 「流体力学」 (岩波書店)” が出版されている。(私は大学 2 年生のときにまずこの全書版で流体力学の勉強をした。)

2. 巽友正, 「流体力学」 (培風館, 新物理学シリーズ 21) 【一般向け】

著者は乱流理論の専門家で、準正規理論と呼ばれる乱流の解析的理論の基礎を提唱した。今井著「流体力学」との大きな違いは、粘性流体の運動方程式から話をはじめ、比較的初めの章で波の運動を扱っている点である。また、今井著「流体力学」では書かれていない「乱流への遷移」や「乱流の統計理論」についての章が設けられていることも特徴のひとつである。実在の流体は少なからず粘性を持っているために、まず実在する流体としての粘性流体を記述する上での概念や基礎方程式の導出を行い、数学的に扱いやすい理想的な非粘性流体の運動は、粘性流体の近似として位置づけている。しかしながら、このような構成にするとテンソルがテキストのはじめの方に登場し、たいいていの人はこ

のテンソルの理解に苦しみ、流体力学の勉強をあきらめるようである。

最近、この本に準じた内容で初学者向けの“異友正、「連続体の力学」(岩波書店, 岩波基礎物理シリーズ)”が出版されている。

3. 谷一郎, 「流れ学 第3版」(岩波書店, 岩波全書 136) 【初学者～一般向け】

流体力学の入門書を意図して書かれた本で, 多くの流体力学の教科書が数学的側面を強調して, 書かれているのに対し, 本書は物理的な解釈に重点を置くように書かれた本である。1967年の出版以来 37 年経つがいまだに読みつがれている名著。

4. 木田重雄, 「なっとくする流体力学」(講談社) 【初学者向け】

講談社の“なっとくするシリーズ”の 1 冊。著者は流体力学, 特に乱流理論の世界的に有名な研究者であり, 近年「乱流力学」という 450 ページの大著も著している。他の“なっとくする”シリーズと同様に, 難しい数式を極力減らし, 基本的な考えを丁寧に解説している。またベクトル解析の詳しい説明が付録についていることも特徴である。^{*4}

5. G. K. Batchelor, 「An Introduction to Fluid Mechanics」(Cambridge U. P.) 【一般～研究者向け】

著者は乱流理論の専門家で, 流体力学で最も権威ある雑誌 Journal of Fluid Mechanics の創刊者である。残年ながら 1999 年に亡くなった。日本語訳が電機大学出版会から発行されている(訳者: 橋本英典, 松信八十男)。

6. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, 「Fluid Mechanics」(Pergamon Press) 【一般～研究者向け】

物理学を学ぶ者は必ず手にする Landau - Lifshitz 理論物理学教程の 1 冊。Landau は 1962 年のノーベル物理学賞受賞者。東京書籍から翻訳が出版されている。

7. S. H. Lamb, 「Hydrodynamics」(Cambridge U. P.) 【一般～研究者向け】

1879 年に初版が発行された流体力学の教科書の古典中の古典。著者は Sir の称号を持つ。現在手に入る版は第 6 版。東京書籍から翻訳が出版されている。

● 地球流体力学 (気象力学)

1. 小倉義光, 「総観気象学入門」(東京大学出版会) 【一般向け】

2000 年に出版された教科書。総観気象学とは, 総観規模現象 (高気圧や低気圧などの天気図に描かれる程度の大きさを持った気象現象) を扱う気象学の一分科である。このテキストは文科系・理科系を問わず大学 1～2 年生程度の学

^{*4} 本書はベクトル解析の教科書としても適当である。

生の気象学のテキストとして名高い小倉義光「一般気象学（第2版）」（東京大学出版会）を読み終えた人を対象に、流体力学と熱力学を基礎に気象現象を解説している。序文では程度は理科系の大学3～4回生向け、とあるが、私が読んだ印象としては大学院生レベルの教科書である。

2. J. Pedlosky, 「Geophysical Fluid Dynamics」 (Springer) 【一般～研究者向け】

地球流体力学のテキストとしては最も有名。700 ページ超の大著である。2003 年に上記書籍のコンパクト版的存在の「Waves in the ocean and atmosphere」 (Springer) が出版された。これはページ数 250 ページほどで 21 の章に分かれていて読みやすい。タイトルにもあるように波に特化した本である。

3. R. Salmon 「Lecture on Geophysical Fluid Dynamics」 (Oxford U. P.) 【一般～研究者向け】

1998 年に出版された地球流体力学のテキスト。Hamilton 形式の流体力学の章が特徴。

4. G. K. Vallis, 「Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics: *Fundamentals and Large-Scale Circulation*」 (Cambridge U. P. から 2006 年秋に出版予定) 【一般～研究者向け】

2006 年に出版されたテキスト。地球流体力学の基礎、波、不安定、大気・海洋の大循環までを扱った 700 ページ超の大著。演習問題も充実している。^{*5}

5. 小倉義光, 「気象力学通論」 (東京大学出版会) 【一般向け】
6. 木村龍治, 「地球流体力学入門: 大気と海洋の流れのしくみ」 (東京堂出版, 気象学のプロムナード 13) 【一般向け】

- 気象学一般

1. 小倉義光, 「一般気象学 (第2版)」 (東京大学出版会) 【初学者向け】
大学の教養課程科目としての気象学のテキストとしては最も有名。

-1.4 連絡先

授業に対する質問や要望がある人は授業中（講義を中断してもかまわない）にするか、居室（自然科学総合研究棟 3 号館 502 号室）にくること。

e-mail: iwayama@kobe-u.ac.jp

^{*5} 私が 1998 年に出版した論文の内容が演習問題として出題されている。

へ電子メールを送ってもかまわない。とにかく遠慮なくどうぞ。講義に使う資料は授業中に配布するが、私のホームページ

<http://www2.kobe-u.ac.jp/~iwayama/>

からもダウンロードできる。

-1.5 その他

学生の授業評価を総合すると、私の講義は、“**板書の量が極めて多く、また速いために、授業中はノートに板書を書き写すのが精一杯で、理解にいたるには程遠い**”，そうである。講義中に板書する内容は本ノートのようにプリントとして配るので、積極的に活用してほしい。

