

2006 年度 地球流体力学 中間試験

担当：岩山隆寛

試験日：2006 年 6 月 6 日

解答に際しての注意：ベクトルとスカラーの違いに注意すること！また，解答は答えのみ書くのではなく，議論の展開がわかるように途中経過も詳細に書きなさい．（もちろん穴埋め問題は別です．）

1. 流体力学の基礎方程式に関する以下の設問に答えなさい．

流体力学の基礎方程式は，物理学における 3 つの重要な保存則 (A) , (B) , (C) を具体的に数式で書き表したものにより構成される．

例えば，重力場中の非粘性流体の基礎方程式は，以下の式で与えられる：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - g \mathbf{e}_z, \quad (2)$$

$$c_v \frac{DT}{Dt} + p \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) = J. \quad (3)$$

ここで， ρ は密度， \mathbf{v} は流速， \mathbf{e}_z は鉛直方向の単位ベクトル， p は圧力， g は重力加速度， c_v は定積比熱， T は温度， J は単位時間・単位質量あたりの加熱率である．

- (a) (A) を具体的に書き表した数式が (1) である．(A) にあてはまる適切な言葉，及び (1) 式の名称を答えなさい．
- (b) (B) を具体的に書き表した数式が (2) である．(B) にあてはまる適切な言葉及び (2) 式の名称を答えなさい．
- (c) (C) を具体的に書き表した数式が (3) である．(C) にあてはまる適切な言葉及び (3) 式の名称を答えなさい．
- (d) 流体力学には現象を記述する 2 つの記述法が存在する．それぞれの記述法の名称とその特徴について述べなさい．

(e) 方程式 (1) ~ (3) に示されているように, 流体力学には 2 つの時間微分 $\frac{\partial}{\partial t}$, $\frac{D}{Dt}$ が存在する. 後者の微分の名称, それぞれの微分の特徴について述べなさい. さらに前者と後者を結びつける関係式を書きなさい. (ただし, 関係式はベクトル形式で表現しなさい.)

(f) (1), (2) を $\frac{D}{Dt}$ を用いて表現しなさい.

2. ある観測所の 50km 北の地点では観測所よりも 3.0 K 気温が低いとする. もし 10m s^{-1} の北風が吹いていて, 空気塊の温度は変化しないものとする. このとき, 観測所における気温の時間変化率を求めなさい.

3. 大気鉛直構造に関する以下の問いに答えなさい. ここで, 大気は理想気体の状態方程式に従い, 静水圧平衡の状態にあると仮定する.

(a) 静水圧平衡の式

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad (4)$$

および理想気体の状態方程式

$$p = \rho RT \quad (5)$$

を用いて, 気圧と温度から任意の気圧面の高度を計算する式 (測高公式) を導きなさい. ここで, R , T はそれぞれ気体定数と温度である. なお, 重力加速度 g は定数であると仮定する.

(b) 大気が一様な温度 T_0 であると仮定する. このとき, 気圧の鉛直プロファイルは指数関数

$$p(z) = p(0) \exp(-z/H), \quad (6)$$

$$H = \frac{RT_0}{g}, \quad (7)$$

であることを示しなさい. ここで, H はスケールハイトと呼ばれる.

(c) 大気が一様な温度減率をもつ場合 ($T(z) = T_0 - \Gamma z$, ここで T_0 は地上気温, Γ は温度減率で定数であるとする.),

i. 気圧の鉛直プロファイルを求めなさい. (気圧を z の関数として書き下す.)

ii. 大気は有限の高さで終わることを測高公式を用いて示しなさい.