

2004年度 地球流体力学 学期末試験 傾向と対策

担当：岩山隆寛

2003年7月27日 実施

解答に際しての注意：ベクトルとスカラーの違いに注意すること！

1. 流体力学の基礎方程式に関する以下の設問に答えなさい。

流体力学の基礎方程式は、物理学における3つの重要な保存則 (A), (B), (C) を具体的に数式で書き表したものにより構成される。

例えば、鉛直軸を回転軸として、 $f/2$ の一様な回転角速度で回転する座標系から眺めた非粘性流体の基礎方程式は、以下の式で与えられる：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} + f \mathbf{e}_z \times \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - g \mathbf{e}_z, \quad (2)$$

$$c_p \frac{DT}{Dt} - \frac{1}{\rho} \frac{Dp}{Dt} = J. \quad (3)$$

ここで、 ρ は密度、 \mathbf{v} は流速、 \mathbf{e}_z は鉛直方向の単位ベクトル、 p は圧力、 g は重力加速度、 c_p は定圧比熱、 T は温度、 J は単位時間・単位質量あたりの加熱率である。

- (a) (A) を具体的に書き表した数式が (1) である。(A) にあてはまる適切な言葉、及び (1) 式の名称を答えなさい。
- (b) (B) を具体的に書き表した数式が (2) である。(B) にあてはまる適切な言葉及び (2) 式の名称を答えなさい。

- (c) (C) を具体的に書き表した数式が (3) である。(C) にあてはまる適切な言葉及び (3) 式の名称を答えなさい。
- (d) 流体力学には現象を記述する 2 つの記述法が存在する。それぞれの記述法の名称とその特徴について述べなさい。
- (e) 方程式 (1) ~ (3) に示されているように、流体力学には 2 つの時間微分 $\frac{\partial}{\partial t}$, $\frac{D}{Dt}$ が存在する。後者の微分の名称、それぞれの微分の特徴について述べなさい。さらに前者と後者を結びつける関係式を書きなさい。(ただし、関係式はベクトル形式で表現しなさい。)
- (f) (1), (2) を $\frac{D}{Dt}$ を用いて表現しなさい。
- (g) (1) の左辺第 3 項の名称および物理的意味を答えなさい。
2. 静止流体中では、(2) から鉛直方向の力のバランスの式が導出される。
- (a) そのバランスの式を (2) から導きなさい。導出の詳細がわかるように途中経過もきちんと書きなさい。
- (b) このバランスの式の名称を答えなさい。
- (c) 重力加速度 g を定数とする。このとき、バランスの式を鉛直方向に積分することにより、重力場中の圧力の物理的意味について考察しなさい。
3. 流体がある点 O を中心とした定常的な旋回運動をしている場合を考察する。このとき、 O を原点とした円筒座標系を導入し、現象を円筒座標系 (r, θ, z) で記述することにする。 r, θ, z 方向の単位ベクトルを e_r, e_θ, e_z と表すこととする。
- (a) 速度場を $\mathbf{v} = V(r)\mathbf{e}_\theta$ とする。(2) を r, θ, z 方向成分に関する式に展開すると、それぞれ

$$\frac{V^2}{r} + fV - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g, \quad (6)$$

となることを示しなさい。なお，円筒座標系における微分演算子 ∇ は

$$\nabla = e_r \frac{\partial}{\partial r} + e_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + e_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (7)$$

と表される。また，必要ならば

$$\frac{\partial e_\theta}{\partial \theta} = -e_r$$

を用いなさい。導出の過程がわかるように解答しなさい。

- (b) (4) の左辺第 1 項の物理的意味を答えなさい。
- (c) (4) において， $f = 0$ としたとき，
- i. このようなバランスの名称について答えなさい。
 - ii. 速度場と圧力場との間の関係について考察しなさい。
 - iii. 前設問の結果と日常よく見られる現象との対応関係について説明しなさい。
- (d) (4) において，左辺第 1 項を無視した場合，
- i. このようなバランスの名称について答えなさい。
 - ii. 速度場と圧力場との間の関係について考察しなさい。
 - iii. 前設問の結果と日常よく見られる現象との対応関係について説明しなさい。