

地球と惑星（第 10～12 回目）

岩山 隆寛 （自然科学研究科）

2006 年 6 月 29 日，7 月 6 日，7 月 13 日

概要

1 はじめに

1.1 天気予報の精度

天気予報はよくあたっていると思いますか？それとも外れる事が多いと思いますか？人によってその感じ方はさまざまと思います．私の感じでは 2～3 日以内の天気予報は平均して 80 パーセントほど当たっているのではないかと考えています．一昔前までは，天気予報は「当たらないもの」の代名詞のようにいわれ，面白い逸話が倉嶋厚氏の著書 [3] に紹介されています．

ある日，天気予報が外れてプロ野球のナイターが中止になった．その翌日，売れ残りの弁当を弁当屋が「無料でやるから食べてくれ」といって气象台に持ってきた．もちろん前日の弁当はいたんでいるかもしれませんが，「昨日の弁当だから悪くなっているでしょう」という气象台の職員に対して，弁当屋がいうには，「あなた方は何を食べてもあたらないよ．」と言ったとか．

また，日露戦争のとき「天気予報」というお守りがあった．敵の弾丸に「あたらない」というものらしい．

天気予報がどのくらいの正確さを持っているか？ということは気象庁が検証しており，その結果は気象庁のホームページ^{*1}上で公開されています．さまざまな評価の方法がありますが，東京地方の夕方発表の翌日の予報に関して，降水の有無の適中率は最近では 85 パーセントを超えています（別紙図 1 参照）．同じ予報の最低気温の予報誤差は 2005 年で

^{*1} http://www.data.kishou.go.jp/yohou/kensho/yohohyoka_top.html

1.5 °C ほどです .

1.2 数値予報

気象庁は昭和 34 年に日本の官公庁として初めて科学計算用の大型コンピュータを導入し、数値予報業務を開始しました。数値予報とは、大気の運動を支配している物理学の方程式をコンピュータを用いて解くことにより、風や気温などの分布やその時間変化などの将来の大気の状態を予測する方法です。この 50 年間にどのような進歩があって、天気予報が正確になったのかは興味深いことですが、この講義ではこのような天気予報ができる理由について語ろうと思います。

太陽や太陽系の惑星がいつ、空のどの位置に見えるかは非常に正確にわかります。(日食や月食が、どの程度のものがいつ、どこで観測できるか、といったことがよく新聞に掲載されていますよね。) 惑星の運動がある物理法則に従っており、その物理法則を計算機を使って正確に解くことによって、太陽や惑星の運動が詳細に予言(予報)できているのです。天気予報ができるのも実は惑星の運動と同様に、大気の運動が物理法則によって記述することができるからです。

気候の予測など地球規模の大気の状態を予測するときに使われる方程式系は、以下の様なプリミティブ方程式系と呼ばれるものです：

東西方向の運動方程式：	$\frac{Du}{Dt} = \frac{uv \tan \phi}{a} + 2\Omega v \sin \phi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + F_x,$	(1)
南北方向の運動方程式：	$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{u^2 \tan \phi}{a} - 2\Omega u \sin \phi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + F_y,$	(2)
鉛直方向の運動方程式：	$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g,$	(3)
連続の式：	$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v},$	(4)
熱力学的エネルギーの式：	$\frac{D\theta}{Dt} = J,$	(5)

ここでは、以下の様な記号を用いています(表 1 参照)。

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (6)$$

記号の羅列で何を表しているのかさっぱりわからないというのが上の方程式系を見たときの率直な感想だと思います。神戸大学では、理学部地球惑星科学科 3 年生の授業*2でこ

*2 地球流体力学

表 1 記号の説明

t	:	時間
x	:	東西方向の距離 (東向きを正)
y	:	南北方向の距離 (北向きを正)
z	:	鉛直方向の距離 (鉛直上向きを正)
u	:	東西方向の風速 (東向きを正)
v	:	南北方向の風速 (北向きを正)
w	:	鉛直方向の風速 (鉛直上向きを正)
p	:	圧力
ρ	:	密度
θ	:	温位
J	:	加熱率

の方程式の導出やその応用について講義されていますので、無理もありません。この講義では、上の方程式の意味を全て説明することはできませんが、そのうちの幾つかのエッセンスを取り出してできるだけ平易に、日常経験と照らし合わせながら、実験も交えて、説明していきたいと思います。特に温帯地方の天候を左右する高低気圧を支配している物理法則や、地球規模の大気の流れを支配している物理法則に注目します。物理法則と聞いて「難しい」といったイメージをもたれるかもしれませんが、それらは実は日常よく目にしている、もしくは経験している現象と密接に関係していることを示したいと思います。それを通じて、日常目にする流れの背後に隠された、壮大な大気の運動の法則を感じ取っていただければと思います。

1.3 講義予定

全部で3回の講義のうち、第1回目は気圧に関する話をします。気圧は気象学にとって最も重要な量だといっても過言ではありません。新聞やテレビのニュースで天気図を日々目にしますが、そこには等圧線（気圧が等しいところを連ねた線）が、必ず書かれています。^{*3} 本講義では、特に鉛直の気圧の変化を考えます。これは地球大気だけでなく、金星

^{*3} 高度が約 3000メートルや 5500メートルあたりの大気の状態を表した高層天気図には、等高度線というのが書かれていますが、等圧線はかかれていません。しかし、これらの等高度線は、気圧が 700hPa や 500hPa となる高度を示したもので、等圧線みたいなものです。気圧以外に温度や風向、風速が書か

や火星といった他惑星の大気でも同様の議論が成立します。

第2,3回目は第1回目の講義を受けて,風と気圧の係に注目します。ここでは,コーヒークップ(もしくはティーカップ)の中のコーヒーや紅茶の流れと,大気の流れとが密接に関連していることを示そうと思います。

2 6月29日の話題

2.1 静水圧平衡の導出

ここでお話しする話は,ギョーカイ用語(専門用語)としては静水圧平衡もしくは静力学平衡^{*4}と呼ばれるものです。では早速本題に入りましょう。

1. 大気中に仮想的な円柱を考えます(図1参照)。円柱の底面積を A とし^{*5},円柱の高さは大気が存在する高さまでとします。^{*6}また大気の密度(単位体積あたりの質量)を ρ という記号で表します。(地表付近では大気の密度は大体 1 kg/m^3 です。)

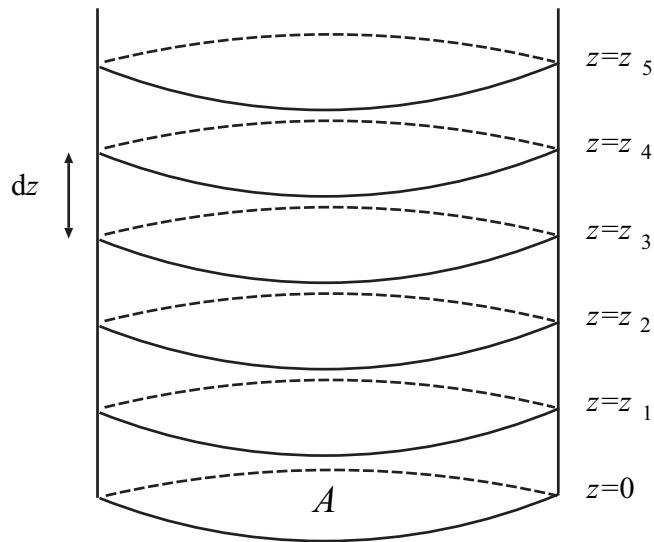


図1 仮想的な円柱

れている天気図もありますが,気温だけが書かれた図,風向・風速のみが書かれた天気図は目にしません。

^{*4} 英語では hydrostatic equilibrium といいます。

^{*5} 面積は英語で 'area' といいますので,記号 A を使います。

^{*6} 大気もしくは空気は,大まかに言って窒素と酸素の混合気体です。大体窒素が78パーセント,酸素が21パーセントを占めています。このような比率の空気はいついどの高さまであると思いますか?地上から90キロメートルの高さまでは,窒素と酸素の比率は地上とは変わらないことが知られています。

2. 円柱を同じ厚さの層に切ります．各層の厚さは全て同じとします．気象学では鉛直方向の位置や長さを記号 z で表します．地面は $z = 0$ です．最下層の上端の高度は z_1 ，地面から 2 番目の層の上端を z_2 ，と順に添え字で表します．地面から n 番目の層の上端は z_n です．厚さを記号で dz と表します． $dz = z_n - z_{n-1}$ ， $(n = 1, 2, \dots)$ です．*7
3. 各層に働いている力について考えます．地面から n 番目の層には，四方八方から圧力（気圧）が働いており，また層の中に含まれる大気は地球に引っ張られています．圧力を記号 p で表します．*8ここでは特に鉛直方向に働いている力に注目します．
4. 鉛直方向に大気はどのような速度で運動していると思いますか？大きさは別にして，上向きに運動していると思いますか？下向きに運動していると思いますか？日常経験では，上下方向には大気はほとんど運動していませんよね．風は大体水平方向に吹いています．地球のあらゆる地点で風の上下方向の成分を平均するとゼロになります．もし，平均して上向きに大気が運動しているのなら，宇宙空間に向けて大気はどんどん逃げていくことになってしまいます．逆に，下向きに運動しているのであれば，宇宙から大気がどんどん降り積もってきていることになります．もちろん，経験上どちらもありません．従って，大気は鉛直方向には動いていないと考えましょう．
5. 鉛直方向に大気が運動していないということは，仮想的に考えた大気の各層に働いている力がうまくつりあっていることになります．もし，釣り合っていないならば上か下かに大気が動くはずですが．仮想的に考えた大気の層には，鉛直方向に関して 3 つの力が働いています． n 番目の層には
 - 層の上面（高さ z_n ）に働く気圧（圧力）に伴う力．ここでの気圧を p_n と表します．圧力の向きは下向きです．なぜならば， n 番目の層に注目したときに，圧力ですので，面を押す方向になるからです．面に働く力は圧力かけるその面積なので $p_n A$ となります．(図 2 参照．)
 - 層の下面に働く気圧（圧力）．上の議論と同様に，下面（ z_{n-1} の高さにある面）に働く気圧を p_{n-1} とすると，この面に働く圧力に伴う力は $p_{n-1} A$ となります．今度は向きは上向きになります．(図 2 参照．)
 - 地球には万有引力があり，地球が n 番目の層の大気を下向きに引っ張っています．この引く力は質量（質量は密度掛ける体積）と 1 kg の物体を地球に引っ

*7 差を表す英単語は 'difference' で高さ (z) の差なので dz という記号を使います．

*8 圧力は英語で 'pressure' というので， p を使います．

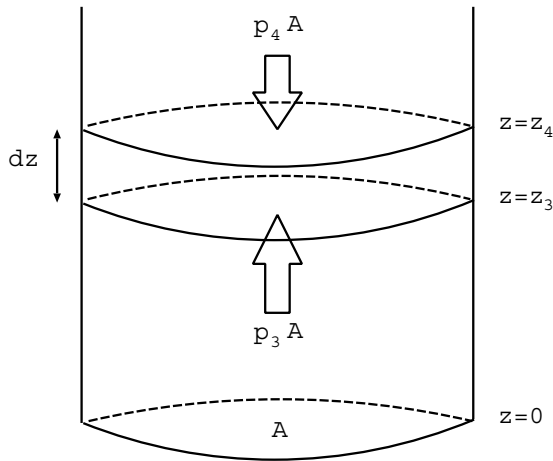


図2 下から4番目の層の上面と下面に働く気圧に伴う力

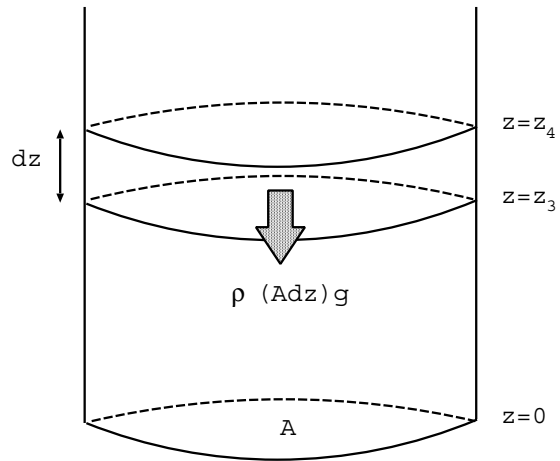


図3 下から4番目の層が地球に引っ張られる力。

張る力（重力定数）の積になります。第 n 層の体積は $A dz$ ，従ってその質量は $\rho A dz$ です。重力定数は通常 g と表します。^{*9}従って第 n 層を地球が引く力（第 n 層に働く重力）は $\rho g A dz$ となります。（図3参照。）

6. 上で述べた3つの釣り合いの式を書き下してみます。上向きの力は左辺に，下向きの力を右辺に書くと

$$\underbrace{p_{n-1}A}_{\text{下端の面に働く圧力に伴う力}} = \underbrace{p_n A}_{\text{上端の面に働く圧力に伴う力}} + \underbrace{\rho g A dz}_{\text{空気塊に働く重力（空気塊の重さ）}} \quad (7)$$

となります。両辺で A が共通なので消去します。

$$p_{n-1} = p_n + \rho g dz. \quad (8)$$

それから $z_n - z_{n-1}$ を高さの差 dz と表したように，気圧の差 $p_n - p_{n-1}$ を dp と表すと，

$$dp = -\rho g dz.$$

さらに両辺を dz で割ると最終的に静水圧平衡と呼ばれる関係式

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad (9)$$

^{*9} 重力は gravity というので g という記号を使います。 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ という値です。

となり，先に紹介した天気予報を行う際に解いている方程式の3番目のものが出てきました。(記号の ∂ と d の差はありますが... ちょっとその違いは目を瞑ってください.)

2.1.1 注意

上の議論は，圧力が登場するので，圧力を及ぼす気体や液体が存在していること，また重力が存在しているのが惑星の上での話であることが暗黙の条件です．これらが満足していれば，地球の大気でなくても，例えば地球上の海洋でも成り立つし，地球でなくても他惑星でも成り立つ議論です．

2.2 関連する話題

式で書けたらそれでおしまいでは，あまりにも無味乾燥です．この式をネチネチと吟味して味わってみましょう．(8) は，日常知られている多くのことを説明することができます．その例を挙げていきます．

2.2.1 大気の重さ

自分の頭の上にはどのくらいの重さの空気がのっていると思いますか．(8) は 地面から第 n 番目の層に対して成り立っていたものです．これはあらゆる層，すなわち，あらゆる n の値に対して成り立ちます：

$$p_0 = p_1 + \rho g(z_1 - z_0); \text{ 第 1 層}$$

$$p_1 = p_2 + \rho g(z_2 - z_1); \text{ 第 2 層}$$

$$p_2 = p_3 + \rho g(z_3 - z_2); \text{ 第 3 層}$$

$$p_3 = p_4 + \rho g(z_4 - z_3); \text{ 第 4 層}$$

$$p_4 = p_5 + \rho g(z_5 - z_4); \text{ 第 5 層}$$

...

これを大気がなくなる高さ (その高さを z_∞ としましょう．また大気がないので気圧もない $p_\infty = 0$) まで書く下して，全部足すと，うまい具合に項が消去されて，

$$p_0 = \underbrace{p_\infty}_{=0} + \rho g(z_1 - z_0) + \rho g(z_2 - z_1) + \rho g(z_3 - z_2) \dots$$

$$\underbrace{p_0}_{\text{地上の気圧}} = \underbrace{\rho g(z_1 - z_0)}_{\text{第 1 層の空気の重さ}} + \underbrace{\rho g(z_2 - z_1)}_{\text{第 2 層の空気の重さ}} + \underbrace{\rho g(z_3 - z_2)}_{\text{第 3 層の空気の重さ}} \dots$$

上の式は、地上の気圧は面積が 1 m^2 で高さが無限に高い（空気がなくなるところまで続いた）気柱に含まれる空気の重さに等しいことが導かれます。この重さを質量に換算してみましょう。質量は重さを重力加速度 g で割ってやればいいので、地上気圧 p_0 を g で割ったものが、地上の 1 m^2 の面積の上に載っている空気の質量になります。

いわゆる地上天気図を眺めると、大体 1000 hPa 程度の大きさの等圧線が引かれています*¹⁰。そこで、大雑把に地上気圧 $p_0 = 1,000 \text{ hPa}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ とすると、

$$\begin{aligned} \frac{p_0}{g} &= \frac{1,000 \text{ hPa}}{10 \text{ m/s}^2} \\ &= \frac{100,000 \text{ kg/m/s}^2}{10 \text{ m/s}^2} \\ &= 10,000 \text{ kg}. \end{aligned} \tag{10}$$

即ち、地上では 1 m^2 あたり、10,000 kg もしくは、10 トンの空気が乗っかっているわけです。もしくは地上で生活している我々の体には、 1 m^2 あたり、10000 kg もしくは、10 トンの重さに相当する空気の圧力が働いています。

課題：上の議論をもとに金星と火星の地表面における同様の量（ 1 m^2 の面積にのっている大気の質量）を見積もってみよう。（下記の表は [5] より抜粋。）

	地表面気圧 (Pa)	重力加速度 (m/s^2)
金星	9.2×10^6	8.9
火星	6×10^2	3.7

2.2.2 山に登ると気圧はどうなる？

経験的に山に登ると（上空にいくと）気圧は低くなります。何故でしょうか？前の節の議論の結果から、気圧は面積 1 m^2 の上にのっている空気の重さに等しいことがわかりました。このことから、上空へ行けばその分上に載っている空気の量は減ります。だから、気圧は高さと共に減るわけです。

式を使っても示せます。

$$p_n - p_{n-1} \tag{11}$$

を計算してみます。この値が正ならば $p_n < p_{n-1}$ 。つまり上空に行くと気圧は増えます。逆にこの値が負ならば $p_n > p_{n-1}$ 。つまり上空に行くと気圧は減ります。（8）に戻ると、

$$p_n - p_{n-1} = -\rho g dz.$$

*¹⁰ ‘h(ヘクト)’ は 100 の接頭語で、‘Pa(パスカル)’ は気圧の単位で、 kg/m/s^2 です。

右辺の 3 つの量は

$\rho > 0$ (単位体積あたりの質量なので正の量です.)

$g = 9.8 \text{ m/s}^2 > 0$ (地球が 1 kg の物体を引く力の大きさだから, これも正の量です.)

$dz = z_n - z_{n-1} > 0$

(第 n 番目の層のほうが $n - 1$ 番目の層よりも上の高さにあるからこれも正の量です.)

なので, したがって

$$p_n < p_{n-1}. \quad (12)$$

実際に高さと共にどのくらいの割合で気圧が減っていくのかは, さらに別の知識が必要になりますが, 定性的な結果はこのようにして得られます.

2.2.3 浮力

お風呂や海に入ると体が軽くなった感じがします. これは, 浮力といわれる上向きの力が働くからです. 浮力も上の議論から導かれます.

今までは, 私たちは大気の中に仮想的な円柱を考えましたが, 水の中でも議論は全く同じで, (8) が成り立ちます. 我々が水中に入ると, 水圧を受けます. 先の結果を用いると, 水圧はある面よりも上にある水の重さと解釈できます. そこで, 我々の体を単純化して先の円柱の様なものとしますと, 下の面に働く圧力は上の面に働く圧力よりも大きくなります ((12) 参照). 下の面に働く圧力は上向き, 上の面に働く圧力は下向きなので, 前者のほうが大きいと正味上向きの力となります. これが浮力です.

式を使ってもう少し説明します. (8) の右辺にある圧力の項を左辺に移すと,

$$p_{n-1} - p_n = \rho g dz \quad (13)$$

なります. 左辺に圧力によって受ける力をまとめました. これが浮力に相当します. この式は水の場合の空気の場合にも成り立つので, 従って, 水の中だけでなく, 空気中, 即ち, 日常生活においても我々は浮力を受けています. 浮力の大きさは, (13) によれば, 周りにある空気もしくは水の密度 ρ に比例することがわかります. 水の密度は $\rho_{\text{水}} = 1,000 \text{ kg/m}^3$ なのに対して*¹¹, 空気の密度は $\rho_{\text{空気}} = 1 \text{ kg/m}^3$ です. 従って, 大気中で受ける浮力の大きさは, 水中で受ける浮力の大きさの僅か千分の 1 です.

*¹¹ 水は 1 リットル (1000 cm³) で 1 kg

2.2.4 ペットボトルの実験の種明し

醤油差しも同じ原理です．これを利用した水槽が考案されているそうです^{*12}．

2.3 まとめ

大気に，低面積 A ，大気の続く高さまで続く仮想的な円柱を考え，そのある一部分の層に働いている力（層の上面に働く圧力に伴う力，層の下面に働く圧力に伴う力，層の重さ）がバランスしている，という考察から，(7) 式が得られました．この式は，天気予報に用いている式の一部，静水圧平衡の関係式 (9)，です．この式は，地球の大気だけでなく，海洋にも，他惑星の大気にも適用できます．さらにこの式から，

1. 気圧の高度変化
2. 気圧の意味
3. 浮力

などの日常よく知られた事実が説明できました．

^{*12} 静岡県水産試験場浜名湖分場浜名湖体験学習施設ウオット 1 F に「ふれあい水槽」という名前で，手を入れて魚やエビに触れる水槽があるらしい．詳細は <http://www.orange.ne.jp/~ulotto/expzone.htm>

3 7月6日の話題

3.1 はじめに

今回は、圧力（気圧）と流れの速さや方向（風速）との間の関係について、議論しようと思います。低気圧や台風は雲を伴っていますので、気象衛星からの画像でそれらは大きな（水平方向の拡がり数千メートルほどある）渦巻きであることは、日々の天気予報を見ているとわかります。高気圧の場合には雲を伴っていないので、衛星画像で見てもわかりませんが、これもやはり大きな渦です。日々の天気予報で示される天気図では、これら高低気圧や台風は、ほぼ同心円上の等圧線で描かれています。このような高低気圧、台風の周りには、どのような風（特に風の方向に注目）が吹いているかご存知でしょうか？私が中学校の理科の時間には、北半球では高気圧の周りを吹く風は時計回り、低気圧や台風の周りを吹く風は反時計回り、ということ（天下りの的に）教わりました。皆さんはいかがでしょう？今回と次回は、前回と同様に簡単な実験や日常経験をもとに、このような気圧と風の関係について説明していきたいと思います。

中学生の理科で取り扱うような内容を、なぜ大学でやるのか疑問に思うかもしれませんが、しかし、いくら取り扱っている内容が同じであっても、高等教育を受けた者の理解の仕方があると思います。一見簡単そうなことでも、いろいろ議論してみると奥が深く、新しい発見もあります。ここでは、前回と同様に積極的に数式を用いようと思います。数学が苦手だからといってひるまないでください。

高低気圧の回りの風の話をする前に、準備として、少々（というかかなり）スケールダウンしてコーヒーカップやティーカップの中の流れについて議論します。

3.2 カップの中の流れ

コーヒーカップやティーカップにコーヒーや紅茶を注いで、スプーンなどでかき混ぜる（めちゃくちゃにかき混ぜるのではなく、上から眺めて、ほぼカップの中心に対して同心円状に混ぜてみる）と、液面の表面はどのようになるのでしょうか。カップの中心付近の水面は低く、周辺は高くなります。上から眺めて時計回り（右回り）に掻き回しても、反時計回り（左回り）に掻き回してもどちらの場合にも中心がへこみます。中心が盛り上がるような液面の形になることは経験上ありません。（図4参照）

この現象は次のように考えると少々不思議です。前回の講義では、気圧や水圧の意味について考えました。地球のように重力があるところでは、気圧や水圧は単位面積の上に

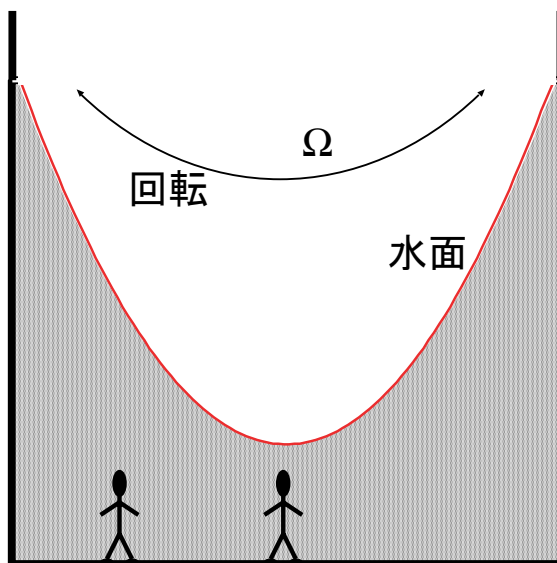


図 4 カップに入った液体をかき混ぜたときの水面の形．上から眺めて時計回りにかき回しても反時計回りにかき回しても液面は中心がへこむみ，周辺部が盛り上がる．陰影の部分が液体を表し，太い実線がカップの縁を表す．

載っている空気や水の重さでした．もしカップの底に小人がいたとして，この人が圧力を測定し，水平方向の圧力の分布を図に表すとします．(要するにカップの中の天気図を書く)．上から眺めるとカップの中心を中心とする同心円状の等圧線が描け，真ん中が圧力(水圧)が低く，カップの周辺の圧力が高くなります(図 5 参照)．中学校で習った高低気圧の周りの風(空気という流体^{*13}の流れ)は，それぞれ時計回りと反時計回りでした．カップの中では，水(液体という流体)が時計回りに回転しても，反時計回りに回転しても低気圧的な圧力分布にしかなりません．不思議だと思いませんか？今回の講義では，この現象について議論していきます．

3.3 旋衡風平衡の導出

ここでお話しする話は，ギョーカイ用語(専門用語)としては旋衡風平衡^{*14}と呼ばれるものです．では早速本題に入りましょう．

状況設定: 1. 円筒形のカップの中に水が入っているとします．これを上から眺めると，

^{*13} 水や空気など，液体や気体を総称して流体と呼びます．

^{*14} 英語では cyclostrophic balance といいます．

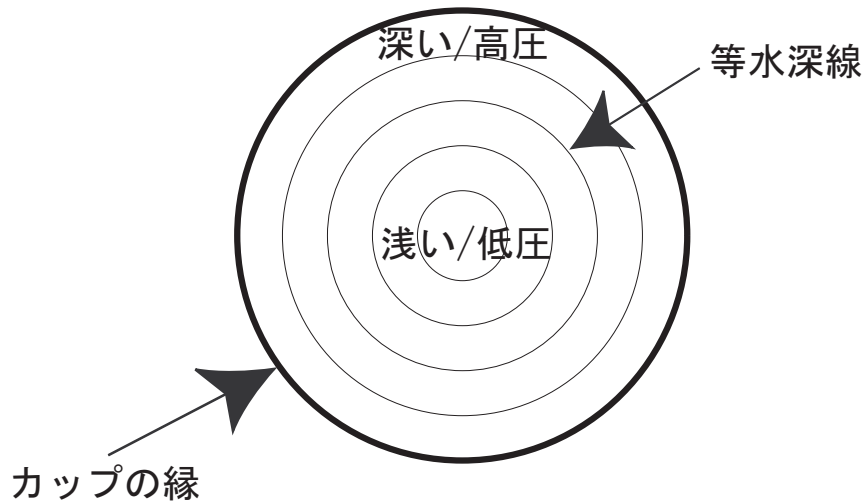


図5 カップを上から眺めたときに、深さの等しいところを連ねた線（等水深線）を引くと、同心円状になる（細い実線で表されたもの）。真ん中が浅く、周辺部は深い。これらの線は等圧線とみなしてもよい。深いところは圧力が高く、浅いところは圧力が低い。太い実線はカップの縁を表す。

あたかも地球大気を極側から見たものに似ています。気象学では東向きを x 軸の正の向き、北向きを y 軸の正の向きに座標を張ります。そこで、これに習ってカップの中の流体にも、時計回りに回る方向を x 軸の正の向き、中心に向かう向きを y 軸の正の向きとします。（図6参照）

2. カップの中心から距離 a だけ離れ、（カップの底にあまり近くない）適当な深さのところにな小さな流体の塊を考えます。この流体の塊が中心から同じ距離を保ちながら一定の速度で、中心の周り旋回しているとしましょう。 x 方向の速度を u とします。 $u > 0$ は反時計回りを、 $u < 0$ は時計回りを表します。（図7参照）

流体の塊に働く力：

- 前回と同様に円筒形の中に流体の小さな塊を考え、それに作用する力を考えます。前回はその塊が動いていなければ、それに働いている力はバランスしている、ということを用いました。今回も同じ議論に従います。今の場合、 x の正もしくは負の向きに流体の塊は動いているのですが、 y 軸方向に注目すると同じ距離のところには居続けています。つまり、 y の方向には流体の塊は止まっている。そこで、 y 軸方向に働いている力はバランスしています。

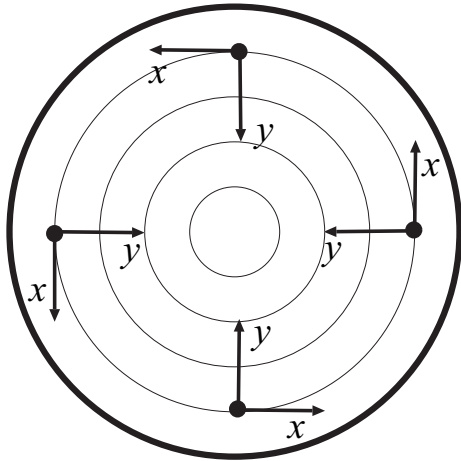


図6 座標の取り方. 印のところは小さな流体の塊の位置を示す. x 方向はいわゆる地球的なセンスで東向き, y の方向は地球的なセンスで北向きにとる.

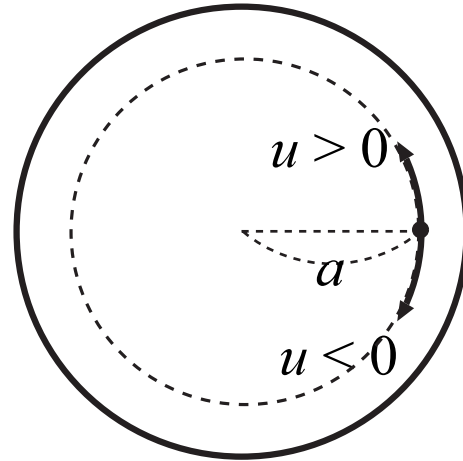


図7 印は小さな流体の塊の位置を示す. 中心から距離 a のところを一定の速度 u で旋回しているとする. 反時計回りの旋回は $u > 0$, 時計回りの旋回は $u < 0$ である.

- それではどのような力が働いているのでしょうか? 底面にあまり近くないところ^{*15}では, 2つの力(圧力傾度力もしくは圧力勾配力と遠心力)が働いています. この2つについて説明していきます.

圧力傾度力(もしくは圧力勾配力, 気圧傾度力) U字型のチューブに水が入っているとします(図8). 左右の水面の高さがもし違っていたとしたら, 水は動き出して水面が同じ高さになったところで止まります. このとき, 水は水面の高さが高いほうから低いほうへ向けて動きます. この現象は以下のように解釈できます. 水面の高さは前回の講義を参照すると圧力に関係しているので, 水面の高さが高いほうは圧力が高く, 水面の高さが低いほうは圧力は低くなります. このように圧力に差があると圧力の高いほうから低いほうへ向けて力を受けて, 流体は流れ出します. 左右の圧力が等しければ, 実質的には力は受けず, 流体は動きません. つまり, 圧力に空間的な差(圧力傾度, もしくは圧力勾配)が存在すると, 力が働くのでこの力は圧力傾度力もしくは圧力勾配力といいます.

*15 底面付近の流れについては後で考えます.

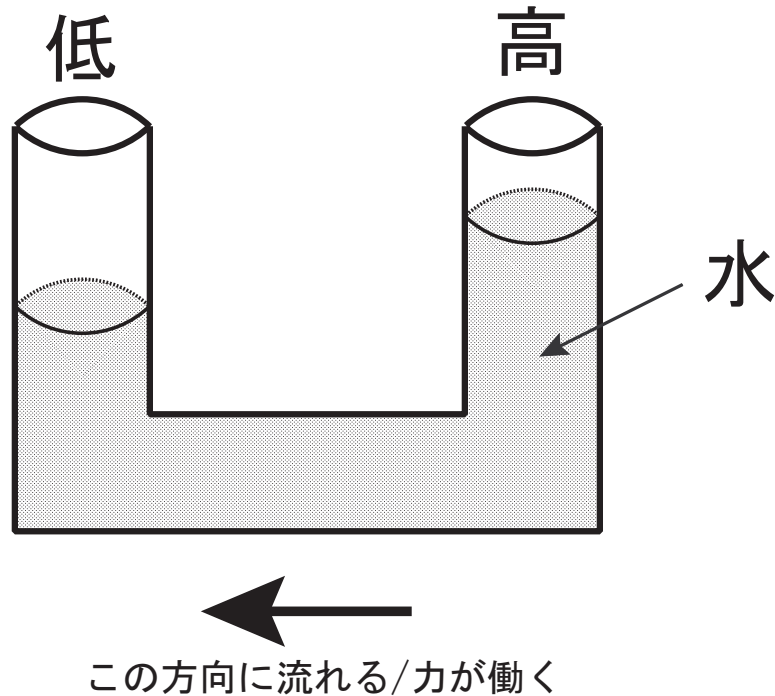


図 8 U字型の管に水を封入する．左右の水面の高さが違うときに，水面の高さの高いほうから低いほうへ向けて動き出す．水面の高さの高・低はそれぞれ圧力の高・低に対応する．

圧力傾度力は実は，明確には言いませんでしたが前回の講義のときに登場していました．パンケーキ状の流体の塊を考えたときに（図 2 参照），その上面に働く圧力と下面に働く圧力に差があり，実質的に圧力に伴って上向きの力が働いていました．これはいわゆる浮力ですが，これも圧力傾度力的一种です．

圧力傾度力を記号で

$$\Delta p: \text{圧力傾度力} \quad (14)$$

で表します． Δ はギリシャ文字の大文字のデルタで英語の D に対応します．圧力 (pressure) の差 (difference) に伴って働く力なので，このような記号を使います．

Δp という記号の正負で力の働く向きとともに，高気圧・低気圧の区別をすることができます（図 9）．低気圧的な圧力分布の時には気圧傾度力は y 軸の正の方向を向くので， $\Delta p > 0$ （図 9 左参照）．一方，高気圧的な圧力分布の時には圧力傾度力は中心から外に向かう方向なので， $\Delta p < 0$ となります（図

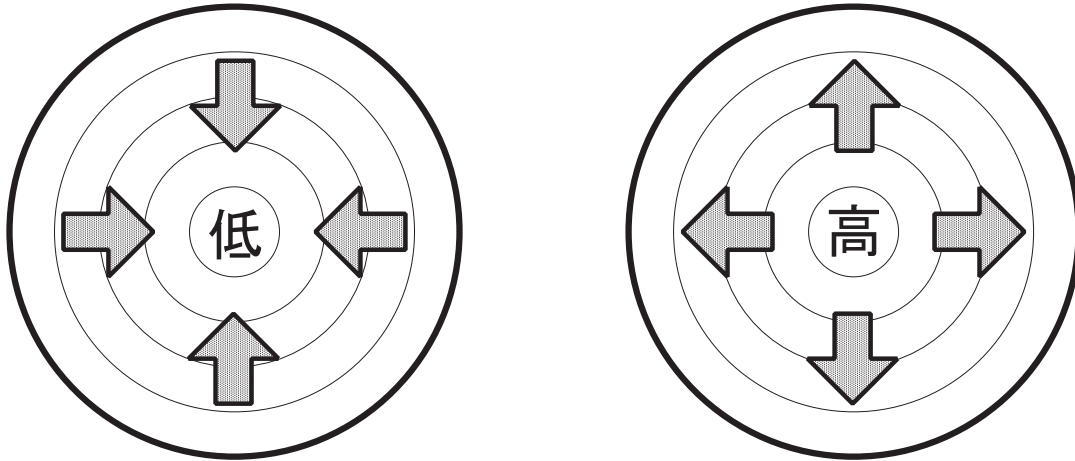


図9 左の図は、中心付近の液面がへこむ場合の図。このとき、圧力は中心付近が低く周辺部が高い。圧力傾度力は中心向き、即ち、 y の正の方向である。このような圧力分布は低気圧に対応する。右の図は、中心付近の液面が盛り上がる場合の図。このとき、圧力は中心付近が高く周辺部が低い。圧力傾度力は中心から外に向う方向であり、 y の負の方向である。このような圧力分布は高気圧に対応する。

9 右参照)。まとめると、

低気圧的圧力分布： $\Delta p > 0$

高気圧的圧力分布： $\Delta p < 0$

遠心力 この力は、たとえば車やバスなどに乗っているときに、車やバスがカーブを曲がる時に外側に引っ張られるように感じる‘あの’力のことです。この力は、カーブをどのように曲がろうが常に外側に引かれます。つまり、今の場合流体の塊の x 軸方向の速度 u が正であろうが負であろうが、常に y の負の方向に作用します。また速度が大きいと、大きな力が加わります。このような性質から遠心力は u^2 に比例することが想像できます。(u に比例するならば、右回りに旋回するときと左回りに旋回するときで力が働く向きが逆になります。)*¹⁶

*¹⁶ 制限速度が 80 km/h の道路のカーブで、制限速度を 40 km/h 越して 120 km/h で進入したとする。このときの速度は制限速度の 1.5 倍（50% オーバー）であるが、遠心力は速度の自乗に比例するために、このときかかる遠心力は制限速度で走行したときの 2.25 倍になる。だからカーブでは速度は控えめにしないとイケない。

またこの力の特徴は、カーブの半径が小さいほど、急激に曲がるほど、大きな力が働きます。そこで、今の場合には中心からの距離 a に反比例するでしょう。以上の考察から遠心力は y 軸の負の向きに u^2/a の大きさで作用すると結論付けられます：

$$\text{遠心力：} \quad -\frac{u^2}{a} \quad (15)$$

マイナス符号は y の負の方向に働くことを意味する。

まとめ　以上をまとめると、流体の小さな塊に働く力は2つで、その総和がゼロになり、流体の小さな塊はカップの中心から一定の距離 a を保って回転している、即ち

$$\Delta p - \frac{u^2}{a} = 0 \quad (16)$$

が満たされます。このような、圧力傾度力と遠心力がバランスした状態を旋衡風平衡と呼びます。

この式を先に出てきたプリミティブ方程式と比べてみましょう。プリミティブ方程式は上から順に、東西方向の運動方程式、南北方向の運動方程式、鉛直方向の運動方程式... となっています。旋衡風平衡の式は y 方向 (南北方向) の力のバランスの式でしたから、2番目の式を取り出してくると

$$\frac{Dv}{Dt} = -\underbrace{\frac{u^2 \tan \phi}{a}}_{\text{遠心力}} - 2\Omega u \sin \phi - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}}_{\text{圧力傾度力}} + F_y, \quad (17)$$

前回の静水圧平衡の議論の時には、 d と ∂ という若干の記号の違いはありましたが、プリミティブ方程式の3番目の式と非常によく似た式が簡単な考察から導けました。今回、 $\tan \phi$ や密度 ρ など (16) と (17) には結構違いがありますが、右辺の第1項は遠心力で、右辺の第3項が圧力傾度力を表しています。地球規模の大気運動を支配する方程式のうちの一部を取り出してくると、カップの中の流れを支配している方程式になっています。

プリミティブ方程式との比較してそのものずばり同じ式が出てきたわけではありません。そこで、今回の議論は少々荒いといわざるを得ませんが、それでも現象の本質は突いていることが引き続く議論からわかります。

3.4 旋衡風平衡の吟味

式が導かれたらそれでおしまいではなくて、吟味してみましょう。(16)は u に関する式とみなすと、 u の2次方程式になっています。そこで、 u について解いてみましょう。2次方程式の解は、2種類あり

$$u_+ = \sqrt{a \Delta p}, \quad u_- = -\sqrt{a \Delta p}, \quad (18)$$

です。

まず、根号 $\sqrt{\dots}$ の中に注目します。根号の中は通常は正の量でなくてはなりません。(根号の中が負のとなるような数は虚数と呼ばれるもので、空想上のものです。流体の速度は虚数になることはありません。) a は中心からの距離なので必ず正の量です。従って、根号の中が正になるためには Δp が必ず正である必要があります。先に Δp が正という意味は、低気圧的な圧力分布、即ちカップの中心で水深が浅く、周辺部では深くなる、事を指摘しました。つまり、カップの中では低気圧的な圧力分布しか許されず、高気圧的な圧力分布は実現できないこととなります。

次に Δp と a が与えられたときに、(16)の解 u は正の量 u_+ と負の量 u_- が得られます。 u が正は反時計回り、 u が負は時計回りの流れですので、カップの中は低気圧的な気圧分布で、時計回りの流れも反時計回りの流れも実現できることが、きちんと数式を用いた議論によって導けました。

3.5 関連する話題

上で述べた旋衡風平衡という状態は、コーヒーカップの流れだけでなく、もう少し大きなスケールの流れにも成立しているといわれています。(小中学校の)運動場で砂埃が旋回しながら舞い上がる現象を見たことがあると思います。これは塵旋風というもので、この場合も塵旋風の中心付近は周囲にくらべて低圧になっていて、風が旋回する方向は、時計回りの場合も反時計回りの場合もあります。また竜巻でも旋衡風平衡がなりたっています。竜巻は低気圧に伴う前線や積乱雲の下で発生するので、そのおおもとの低気圧の回転方向(北半球では反時計回り)と同じ方向に旋回する、即ち反時計回り、のものが多いのですが、北半球でも時計回りに風が旋回する竜巻もあるそうです。世界中の竜巻をしらべてみると、85パーセントが低気圧と同じ回転方向で、15パーセントが低気圧と反対方向の回転という結果だそうです([6], 339ページ参照)。

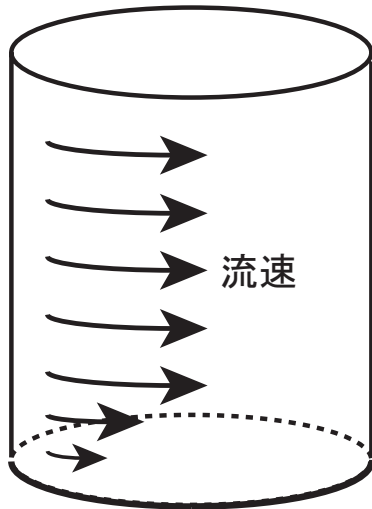


図 10 カップの中の流速分布の模式図．底面に近いところでは急速に流れが遅くなる．

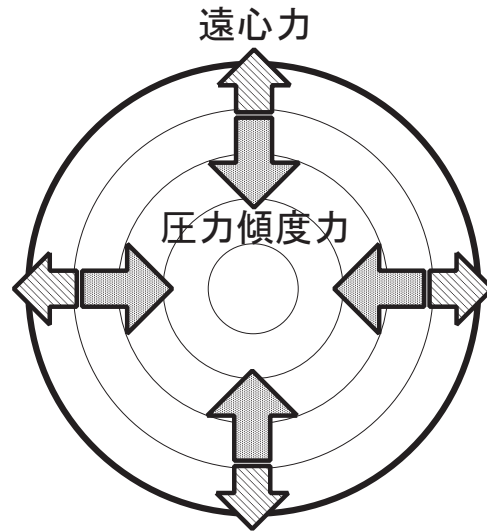


図 11 カップの底付近で流体の小さな塊に働く力の模式図．底面に近いところでは流速が遅いため遠心力が小さく，圧力傾度とバランスしていない．

3.6 コーヒーカップの底近くの流れ

先の旋衡風平衡の議論では、カップの底にあまり近くないところ，と一言断って議論を行いました．カップの底付近の流れに対してはもう少し議論が必要です．

気体や液体には必ず粘り気があり，固体の表面があるとそれに粘りつこうとします．そこでカップの底付近の流れは，底から離れたところに比べて流れが遅くなっています（図 10 参照）．遠心力は速度の 2 乗に比例した大きさになりますので，回転する速度が小さくなると遠心力は底面に近づくと急速に小さくなり，圧力傾度力とバランスできません．圧力傾度力のほうが遠心力に打ち勝って，正味内向きの力が働きます（図 11）．従って，底付近では力のバランスが破れてカップの内向きに向かう流れができます．紅茶の茶葉や解け残った砂糖がカップの中心付近に集中して溜まる現象をよく目にすると思います．カップの中心に集まるのはこのような理由があるからです．

さらにカップの底付近で中心に向かった流れは，まさに中心で行き場がなくなって上に向かいます．その流れは表面付近で周辺部へ向かう流れとなります（図 12 参照）．紅茶の葉っぱや解け残った砂糖は重いので，この流れに乗ることはできませんが，コーヒーにク

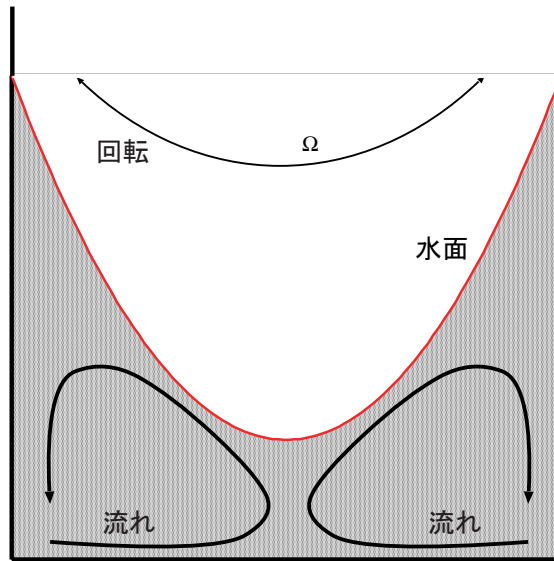


図 12 カップの断面の流速分布の模式図．底面に近いところではカップの中心に向かう流れがあり，中心では上に向かう流れが，さらにカップの底から離れると，中心から周辺部へ向けての放射状の流れができる．

リップを入れた時にこのような流れが見えます．実際に自分で試してみてください．また竜巻に伴ってものが竜巻の中心部へ吸い込まれ，上に吹き上げられるのもこのような流れによるものです．

3.7 まとめ

コーヒーカップやティーカップの中の流れについて，議論を行いました．旋回する流れに関して，半径方向に力のバランスを考えました．圧力の差によって生じる圧力傾度力と遠心力とがバランスした旋衡風平衡を導出しました．旋衡風平衡の式から，中心付近の水面が必ず凹むこと，時計回りの旋回も反時計回りの旋回も可能であることを数式を使って導きました．旋衡風平衡はカップの中の流れだけでなく，塵旋風や竜巻に対しても成り立っている物理法則です．

さらにカップの底面付近の流れについても考察しました．この考察によって，カップの中心付近に解け残った砂糖や茶葉が集まる理由を説明しました．これは竜巻などによって砂などが巻き上げられる現象にも対応するものです．カップの中の流れを見ているだけでも結構いろいろなことがわかると思いませんか？

4 7月13日の話題

4.1 はじめに

今回は、いよいよ台風や高低気圧の周りを吹く風について考察します．状況設定は前回と同様で、座標軸も 3.3 節で用いたものと同様のものを使います．即ち、円筒形の幾何学を考え、円筒形の中心を中心として流体（水や空気）が半径 a のところを時計周り、もしくは反時計回りに旋回している．座標系は、旋回する方向に x 軸をとり、反時計回りを x 軸の正の方向とする．中心に向かう向き、遠ざかる向きに y 軸を取り、中心に向かう向きを y 軸の正の向きとする． x 軸方向の流体の速さを u で表し、 y 軸方向の力のバランスについて考えます．

前回と今回で大きく違うのは、現象の記述に地球の自転の効果を考慮することです．我々は、自転している地球の上に乗って大気・海洋現象を眺めています．このことが現象の記述のどのような影響をもたらすのかを先ず見ていきます．次にその効果を旋衡風平衡の式に導入します．これは、ギョーカイ用語（専門用語）で傾度風平衡^{*17}と呼ばれる式に帰着されます．この式を用いて、台風や高低気圧の周りを吹く風を議論します．

4.2 コリオリの力

地球のように回転する系から物体（流体に限らず固体も）の運動を眺めたときには、コリオリの力（もしくは転向力）という見かけの力が働いているように見える．ここでは、簡単な状況のもとでコリオリの力について考察する．

状況設定： 2次元平面（ xy 平面）^{*18}内で運動する物体 M を考える．静止座標系の x 軸上に観測者 A がおり、点 O を中心として回転角速度 Ω で反時計回りに回転する円盤上に観測者 B がいるとする．時刻 $t = 0$ における B の位置を B_0 とする（図 13 参照）．時刻 $t = 0$ において点 O から A に向けて物体 M が速さ v_0 で投げられ、その後、物体 M には何の力も働かないとする．

静止している座標系から眺める（観測者 A の視点）： このとき、 M は等速直線運動を行う．観測者 A が眺めたときの時刻 t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 における M の位置が図 13 の

^{*17} 英語では gradient wind balance といいます．

^{*18} ここでの座標系のとりかたは、旋回する流体を考察する場合の xy とは別であることに注意してください．

P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 で表されている. さらに, この各時刻における A から眺めたときの B の位置は B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 で表されている.

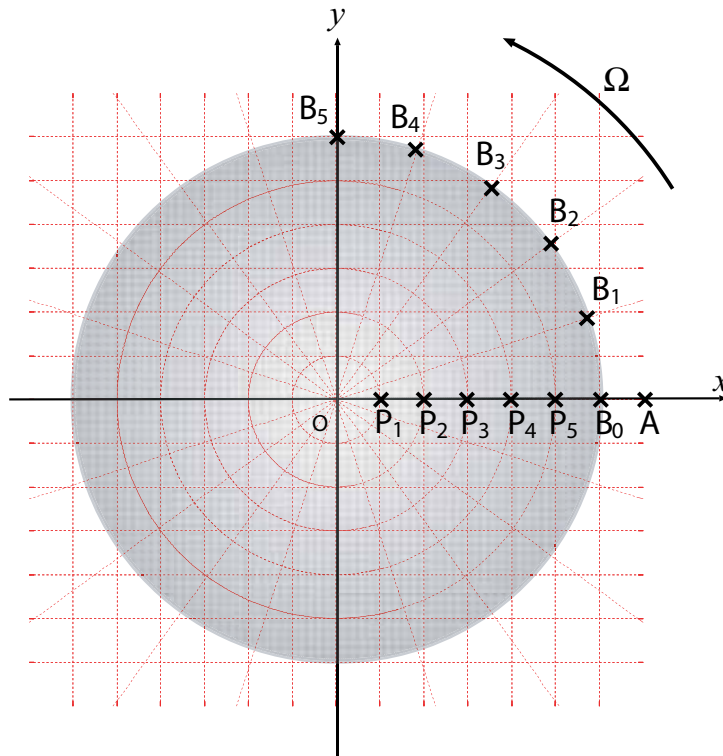


図 13 観測者 A から眺めたときの物体 M と観測者 B の位置. 陰影をつけた領域が円盤上である.

回転している座標系から眺める (観測者 B の視点): この物体 M の運動を観測者 B が眺めたとき, $t = t_1, t_2, t_3, t_4, t_5$ における物体の位置は図 14 の Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 となる. また, 物体が B に向かって一直線に飛んでくると仮定したときの物体の位置は図 14 の R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 である. つまり, 観測者 B には物体 M に, その進行方向に向かって右向きにある力が働き, 物体の軌道が曲げられたように見える. このような力がコリオリの力と呼ばれるものである.

数式で表す: 上の例から推察されるように, 物体 M の軌道は円盤の回転の速さ Ω ^{*19} が大きければ大きいほど大きく曲げられる. そこで, コリオリの力は Ω に比例すると推測できる.

^{*19} 1 秒間に何回転するかを表す量として角速度というものがある. 単位は s^{-1} である. 地球の自転角速度は 1 日 (86400 秒) で 1 回転 (2π ラジアン回転) するので, およそ $2\pi/86400 \simeq 7.3 \times 10^{-5}$ という大きさである.

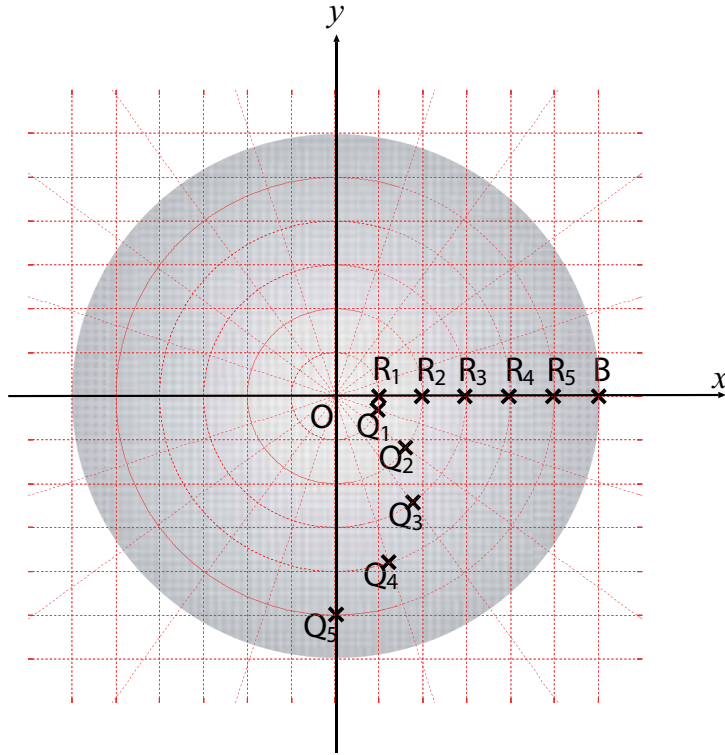


図 14 観測者 B から眺めたときの物体 M の位置. 観測者 B の x 軸は円盤の原点 O から B に向かう方向にとり, y 軸は x 軸に対して直角とする. 陰影をつけた領域が円盤上である. 物体 M が B に向かって一直線に進んでくると仮定したときの M の位置が R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 である.

次に, 回転座標系から眺めて物体が運動していなければ, 当然の事ながら, 物体の軌道は曲げられない. 従って, 回転座標系から眺めて物体が運動していれば力が働く. つまりコリオリの力は回転座標系から見たときの物体の速度にも比例する. その向きは, 物体の進行方向に向かって直角である. 上の例で見たように反時計回りに (これは北半球と同じ回転方向なので, 観測者 B が北半球にいる状況) 座標系が回転していれば, 物体の進行方向に向かって直角右向き, 座標系の回転が時計回りのとき (南半球に観測者 B がいる状況), 物体の進行方向に向かって直角左向きにコリオリの力は働く.

3.3 節の座標系に戻って, 図 15 のように x 軸の正の方向に回転座標系から眺めて u の速度で物体が旋回しているときには, y の負の方向にコリオリの力は働くので, コリオリの力は

$$-\Omega u \tag{19}$$

と表すことができる．ここで， Ω は反時計回りのとき正，時計回りの時には負の量とする．(19) で，座標系の回転 (Ω の正負) や物体の進行方向 (u の正負) によって力のかかる向きがきちんと表現されていることを確かめてみてください．

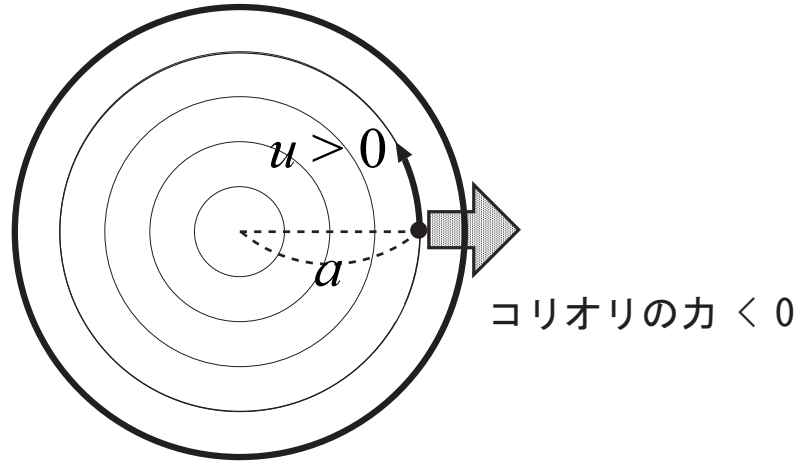


図 15 座標系が反時計回りに回転している状況では，反時計回りに旋回する物体には y 方向の負の向きにコリオリの力は働く．

コリオリの力についての注意： コリオリの力の存在は，地球の自転の証拠である．しかしながら，コリオリの力は極めて微弱であり日常生活ではほとんどその存在を確かめることは不可能である．よく，風呂桶などの排水口を通じて流れ出る水が渦を巻く理由として，コリオリの力によるものであるという説明を聞く．これは風呂桶が設置してある場所が傾いていたり，風呂桶の排水口周辺の形状が，流れ出る水の渦巻く方向に大きく影響し，コリオリの力によるものではない．実際にどのくらいコリオリの力で物体の軌道が曲げられるかを定量的に調べてみればわかることである．

図 14 に戻って，コリオリの力によって軌道が曲げられる大きさを見積もってみる．点 O から放射方向に一定の速さ v_0 で進行する物体が， O を出発してから時刻 t だけ経った後に， Q_3 の位置に来たとする．

座標系が回転していなければ，物体は R_3 に位置に来ていたであろうから，弧 $R_3 O Q_3$ の長さがコリオリ力の存在による位置のズレになる．座標系が Ω の角速度で回転していると， $\angle R_3 O Q_3$ は Ωt である．いっぽう， $OQ_3 = OR_3 = v_0 t$ である．したがって，弧 $R_3 O Q_3$ の長さは，

$$\Omega t \times v_0 t = \Omega v_0 t^2 \quad (20)$$

である。OQ₃ もしくは OR₃ の長さを L とすると、 $L = v_0 t$ なので (21) は

$$\frac{\Omega L^2}{v_0} \quad (21)$$

となる。

例として、風呂桶から水が流れ出る場合を考察しよう。風呂の大きさはたいてい 1 m ほどなので、 $L = 1$ [m] とする。また、風呂から流れ出る水の速さは秒速数センチメートルほどなので、 $v_0 = 10$ [cm/s] として (21) に代入してみる。

$$\begin{aligned} \frac{\Omega L^2}{v_0} &= \frac{(7.3 \times 10^{-5} [\text{s}^{-1}]) \times (1^2 [\text{m}^2])}{10 [\text{cm/s}]} \simeq 7.3 \times 10^{-4} [\text{m}] \\ &= 0.73 [\text{mm}]. \end{aligned}$$

つまり、コリオリの力によるズレの効果は極めて微弱であり、コリオリの力により水が渦を巻いて流れ出ることはいない。

他の例として、野球選手が外野からホームベースめがけてボールを投げたとき、コリオリの力によってどのくらいボールの軌道が曲げられるのか計算してみよう。外野からホームベースまで $L = 100$ m とし、ボールの速さを 150 km/h とする。このとき

$$\frac{\Omega L^2}{v_0} = \frac{(7.3 \times 10^{-5} [\text{s}^{-1}]) \times (100^2 [\text{m}^2])}{150 [\text{km/h}]} \simeq 1.8 [\text{cm}].$$

100 メートル投げて僅か 2 センチメートルのズレしかないので、やはりコリオリの力による曲がりの効果は微弱であることがわかります。

4.3 傾度風平衡の導出

回転角速度 Ω で回転する座標系の上で、3.3 節と同じ状況を考えます。このとき、座標系の中心から半径 a のところを旋回する流体の小さな塊に働く y 方向の力は、圧力傾度力、遠心力、コリオリの力の 3 種類で、この 3 つの力がバランスして、中心から一定の距離を保っている。従って、(16) にコリオリの力の効果 (19) を加えて、

$$\Delta p - \frac{u^2}{a} - \Omega u = 0 \quad (22)$$

を得る。このような圧力傾度力、遠心力、コリオリの力がバランスした状態 (22) を傾度風平衡と呼びます。

この式を先に出てきたプリミティブ方程式と比べてみましょう．傾度風平衡の式は旋衡風平衡の式と同様に y 方向 (南北方向) の力のバランスの式でしたから，プリミティブ方程式の 2 番目の式を取り出してくると

$$\frac{Dv}{Dt} = \underbrace{-\frac{u^2 \tan \phi}{a}}_{\text{遠心力}} \underbrace{-2\Omega u \sin \phi}_{\text{コリオリの力}} \underbrace{-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}}_{\text{圧力傾度力}} + F_y. \quad (23)$$

地球の自転角速度 Ω に比例した項がコリオリの力です．

4.4 傾度風平衡の吟味

式が導かれたらそれでおしまいではなくて，吟味してみましょう．ここでは北半球を想定して $\Omega > 0$ とします．(22) は (16) と同様に u についての 2 次方程式とみなせます．そこで，解の公式を利用して解いてみましょう．2 次方程式の解は 2 個で

$$u_+ = \frac{-a\Omega + \sqrt{(a\Omega)^2 + 4a \Delta p}}{2}, \quad (24)$$

$$u_- = \frac{-a\Omega - \sqrt{(a\Omega)^2 + 4a \Delta p}}{2}, \quad (25)$$

です．

4.4.1 高気圧の存在

旋衡風平衡の議論の時には，根号の中が正でなければいけないという議論から，カップの中には低気圧的な圧力分布しか許されないことが導かれました．今回はどうでしょうか．

$$(a\Omega)^2 + 4a \Delta p > 0 \quad \implies \quad \Delta p > -\frac{a\Omega^2}{4} \quad (26)$$

(26) の不等式を満足する Δp が実現可能です． a は正の量， Ω^2 は Ω の正負に関わらず正の量．従って，(26) の不等式の右辺は負の量になります．したがって，傾度風平衡では，旋衡風平衡のときと違い Δp が負の状態，即ち高気圧的な圧力分布，が実現可能だということです．

4.4.2 低気圧の周りの風の向き

$\Delta p > 0$, 即ち低気圧的な圧力分布の場合の風の向き (u_+ , u_- の符号) について議論してみます . $\Delta p > 0$ の時には ,

$$(a\Omega)^2 + 4a \Delta p > (a\Omega)^2 \quad \Longrightarrow \quad \sqrt{(a\Omega)^2 + 4a \Delta p} > a\Omega$$

なので , (24) は正の量 ($u_+ > 0$) , (25) は負の量 ($u_- < 0$) になります . 従って , 低気圧の周りを巡る風の向きは , 反時計回りも時計回りも可能であることがわかります . $u_- < 0$ の存在は日常経験とは合致していなく , 不思議な気がしますが , カップの中の流れが時計回り , 反時計回りのどちらも実現可能だったことを考えれば , 不思議ではありません .

4.4.3 高気圧の周りの風の向き

$\Delta p < 0$ (ただし (26) を満足する場合) , 即ち高気圧的な圧力分布の場合の風の向き (u_+ , u_- の符号) について議論してみます . 低気圧の場合には時計回り , 反時計回りどちらの向きの風も可能だったので高気圧の場合にもそのようなことが期待されます . 実際に見てみましょう . $\Delta p < 0$ の時には ,

$$(a\Omega)^2 + 4a \Delta p < (a\Omega)^2 \quad \Longrightarrow \quad \sqrt{(a\Omega)^2 + 4a \Delta p} < a\Omega$$

なので , (24) , (25) は共に負の量 ($u_+ < 0$, $u_- < 0$) になります . 従って , 高気圧の周りを巡る風の向きは , 時計回りしか実現できないことになります .

何故 , 反時計回りに風がめぐる高気圧が実現できないかは , 以下のように考えれば納得がいきます . 高気圧の場合には圧力傾度力は外向き , つまり y 軸の負の方向を向きます . 遠心力はどのような旋回方向に対しても y 軸の負の方向を向きます . そして , コリオリ力は反時計回りに風がめぐる時 , y 軸の負の方向を向きますので , したがって 3 つの力全てが y 軸の負の方向を向き , 3 つの力がバランスしないのです .

4.5 どちらが実現されているのか

上の議論では傾度風平衡の解として u_+ と u_- の 2 種類があることがわかりました . 低気圧の場合には $u_+ > 0$, $u_- < 0$ です . 前者の解が現実の低気圧の場合には実現されています . 後者の解は何故実現できないのでしょうか . 理由はよくわかりませんが , もし実現するとしたらその風速は , 中心から半径 1000 km (大体台風の縁辺部に相当する) のところで大雑把な見積もりによると 100 m/s になります .

高気圧の場合にも実現されている解は，風速の大きさから u_+ のほうです．やはり u_- は 100 m/s ほどになります．

4.6 まとめ

回転している系の上で，運動を眺めるとあたかも物体の進行方向に向かって直角方向に力が働いているように見えます．これは発見者の名前にちなんでコリオリの力と呼ばれています．ある点の回りを一定の半径を保って旋回する流れに対して，圧力傾度力，遠心力，コリオリの力がバランスした状態（傾度風平衡）を考えました．これは風速に関して 2 次方程式になっており，その解の性質として以下のことが導かれました．

1. 旋衡風平衡の場合と異なり，低気圧的な圧力分布も，高気圧的な圧力分布も実現可能である
2. 低気圧的な圧力分布の場合には，北半球で時計回りの風の旋回も反時計回りの風の旋回も可能
3. 高気圧的な圧力分布の場合には，北半球では時計回りの風の旋回のみが実現可能

参考文献

- [1] 名越利幸, 木村龍治, 気象の教え方学び方. 東京大学出版会 (1994 年) 217pp.
- [2] 木村龍治, 流れの科学 (第 2 版). 東海大学出版会 (1985 年)
- [3] 倉嶋厚, 暮らしの気象学. 草思社 (1984 年) 91-93.
- [4] 小倉義光, 一般気象学 (第 2 版). 東京大学出版会 (1999 年), 308pp.
- [5] 松田佳久, 惑星気象学. 東京大学出版会 (2000 年), 204pp.
- [6] 日本気象学会編, 気象科学事典. 東京書籍, 1998 年, 637pp.