

2004年度 大気水圏科学実習 演習問題

山中大学, 岩山隆寛

1. 静水圧平衡の式

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad (1)$$

の意味を簡単に説明しなさい。ここで, p, ρ, g はそれぞれ, 圧力, 密度, 重力加速度である。必要であれば模式図等を用いること。

2. 静水圧平衡の式および理想気体の状態方程式

$$p = \rho RT \quad (2)$$

を用いて, 気圧と温度から任意の気圧面の高度を計算する式 (測高公式) を導きなさい。ここで, R, T はそれぞれ気体定数と温度である。なお, 重力加速度 g は定数であるとする。

3. 大気が一様な温度 T_0 であると仮定する。このとき, 気圧の鉛直プロファイルは指数関数

$$p(z) = p(0) \exp(-z/H), \quad (3)$$

$$H = \frac{RT_0}{g}, \quad (4)$$

であることを示しなさい。ここで, H はスケールハイトと呼ばれる。

4. 気圧の鉛直プロファイルが (3) で与えられるとき, 密度の鉛直プロファイルも気圧と同様に指数関数的

$$\rho(z) = \rho(0) \exp(-z/H), \quad (5)$$

になることを示しなさい。

5. 大気が一様な温度減率をもつ場合, 大気は有限の高さで終わることを測高公式を用いて示しなさい。

6. 密度の分布が (5) で与えられるとき，鉛直方向の大気の重心

$$z_G \equiv \frac{\int_0^{\infty} z \rho(z) dz}{\int_0^{\infty} \rho(z) dz} \quad (6)$$

はスケールハイト H になることを示しなさい．

7. 乾燥断熱減率を表す式

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p} \quad (7)$$

を導きなさい．ここで， c_p は定圧比熱である．

8. 温度の鉛直分布が

$$T = T_0 - \Gamma_d z, \quad (8)$$

$$\Gamma_d = \frac{g}{c_p} \quad (9)$$

で与えられるとき，温位の鉛直プロファイルを求めなさい．ここで温位は

$$\theta \equiv T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{1}{\kappa}}, \quad (10)$$

$$\kappa = \frac{R}{c_p} \quad (11)$$

で定義される．

9. 大気はどのような時に (静的に) 安定, 中立, 不安定と言えるか. 乾燥断熱減率および湿潤断熱減率を用いて説明しなさい. (図を用いて説明してもよい.)

10. 気圧座標系の利点について説明しなさい.

11. 気圧座標系では，静水圧平衡の式は

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p} = -\frac{1}{\rho} = -\frac{RT}{p} \quad (12)$$

で与えられることを示しなさい．ここで， Φ はジオポテンシャルと呼ばれ，

$$\Phi(z) \equiv \int_0^z g dz \quad (13)$$

で定義される物理量である．

12. Φ を用いて定義される高さ，ジオポテンシャルハイト

$$Z \equiv \frac{\Phi}{g_0}, \quad (14)$$

は幾何学的高度 z と近似的にほぼ等しい．ここで， g_0 は地上における重力加速度で $g_0 = 9.807 \text{ m}^2/\text{s}$ の値を持つ．高度 $z = 100 \text{ km}$ における ジオポテンシャルハイトの値 z_G を求めなさい．

13. 気圧座標系では，単位体積あたりの空気塊に働く水平方向の気圧傾度力

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \mathbf{e}_x, -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \mathbf{e}_y \quad (15)$$

は

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial x} \mathbf{e}_x, -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \mathbf{e}_y \quad (16)$$

で与えられることを示しなさい．(右辺と左辺で独立変数の組が何であり，そのうちのどの変数を一定とおいて偏微分を行っているかに注意すること．)

14. 地衡風平衡について説明しなさい．

15. 気圧座標系における地衡風の式（東西方向）

$$f u_g = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (17)$$

と静水圧平衡の式 (13) を用いて，温度風の関係式

$$\frac{\partial u_g}{\partial \ln p} = \frac{R}{f} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (18)$$

を導きなさい．ここで， u_g は東西方向の地衡風である．

16. 中緯度上部対流圏に偏西風が存在することは，どのような温度の子午面分布と対応しているか．簡単に述べなさい．

17. 気圧座標系における連続の式は

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (19)$$

で与えられることを証明しなさい．ここで， u, v は東西，南北方向の風速で， $\omega \equiv \frac{Dp}{Dt}$ で定義される，気圧座標系における鉛直風速に対応するものである．

(ヒント：微小な立方体 δV を考える．立方体の体積は $\delta x \delta y \delta z$ であるとする．この立方体内に含まれる流体粒子の質量は Lagrange 的に保存される．なお，静水圧平衡の式から導かれる

$$\delta z = -\frac{1}{\rho g} \delta p \quad (20)$$

の関係式を用いる．)