

フラクタル手法に基づくマルチタスク OS の負荷変動解析

関本勝也*・岩山隆寛**
堀田武彦***・緒方純俊*

Fractal Analysis of Load Fluctuation of a Multi Task Computer Operating System

Masaya SEKIMOTO*, Takahiro IWAYAMA**,
Takehiko HORITA*** and Sumitoshi OGATA*

We describe the fractal structure of fluctuating load of the multi task operating system. The fractal dimension, which is obtained from a computer remains in a certain range. We propose a simple model based on the queuing system theory and make an inquiry about the fractal generation by changing the model parameters related to the load distribution. The present approach can provide a plausible fractal very close to that from computer.

Key Words: fractal, fractal dimension, multi task OS, queuing system, self-organized criticality

1. はじめに

マンデルブロは、特徴的な長さをもたない物の総称として、フラクタルという概念を提唱した¹⁾。以来、フラクタルは自然界に多く存在していることが多くの研究によって指摘されている。それと並行して、フラクタル理論の成果のひとつである、フラクタル構造を定量化するフラクタル次元が、複雑な構造を捉える有効な手段であることが明らかになった²⁾。

本研究では、まず、マルチタスク OS の負荷変動がフラクタル性を持つことを示す。マルチタスク OS では、同時に複数のプロセスが処理されているように見える。しかし、CPU が1つのシステムでは、瞬時に処理されるプロセスは1つである。他の処理待ちのプロセスの総和は負荷と呼ばれる。その変動をフラクタル次元で定量化すると、その値はブラウン運動の $D=1.5$ を超え、1.6 から 1.8 の間に分布をとることがわかった。そこで、マルチタスク OS に関する簡単な待ち行列モデルを提案し、フラクタル次元を基にそのフラクタル発生の構造を考察した。

研究対象が計算機であることは、A/D コンバータによるサンプリングに比べてノイズや量子化の影響が小さく、計測が容易となる。また、正確に把握することが難しい自然界の事象に比べ、この負荷発生の構造は比較的簡素であることから、未だ定説の無いフラクタルの発生メカニズムを考察する上で、有効なアプローチが行えると考えられる。

2. フラクタル解析

負荷の時系列信号からフラクタル次元を推定するのに Higuchi の手法を用いた^{3) 4)}。時系列データを、 $X(1), X(2), \dots, X(n)$ とすると、その長さは以下のように求められる。

$$L_m(r) = \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n-m}{r} \rfloor} |X(m+ir) - X(m+(i-1)r)|, \quad (1)$$

$$L(r) = \frac{1}{r} \sum_{m=1}^r L_m(r) \frac{n-1}{\lfloor \frac{n-m}{r} \rfloor r}, \quad (2)$$

ここで [...] はガウス関数であるフラクタル次元 D は、次の式によって定義される。

$$N(r) = L(r)/r \propto r^{-D}. \quad (3)$$

次元 D は r と $N(r)$ の関係を両対数プロットすることにより、その傾きから求めることができる^{2) 5)}。

3. 解析および考察

3.1 OS の負荷解析

Figure 1 は、当研究室のワークステーションの OS にかかる負荷の変動を示したものである。このデータは3秒ごとに5時間に渡ってサンプリングを行ったものである。Figure 2 にこの計測データから求めた $r-N(r)$ プロットを示す。プロットに広いレンジで直線性が現われていることから、OS の負荷変動曲線がフラクタル構造を持つことがわかる。その他、いくつかのデータの解析結果から、負荷曲線のフラクタル次元は 1.6 から 1.8 の間に分布していることがわかった。

3.2 モデルに基づく考察

OS の負荷はジョブの投入と CPU の処理から成り立っている。このジョブはユーザーからの操作によってランダムに与えられる。CPU の処理を散逸と考えると、この確率過程はブラウン運動を生み出す過程と同じである。しかし、実デー

* 九州工業大学情報工学部 飯塚市川津 680-4
** 神戸大学自然科学研究科 神戸市灘区六甲台町 1-1
*** 東京大学工学部 東京都文京区本郷 7-3-1
* Faculty of Information Science and Systems Engineering, Kyushu Institute of Technology, Iizuka
** Department of Natural Science, University of Kobe, Nada-ku, Kobe
*** Department of Mathematical Engineering and Information Physics, University of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo
(Received April 13, 1998)

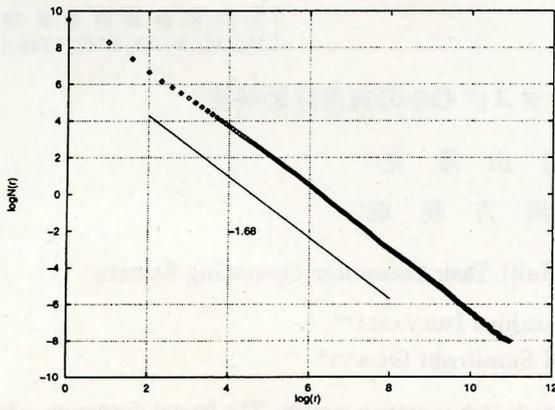


Fig. 1 Fluctuation of load of OS on Work-Station holding more than 2 users.

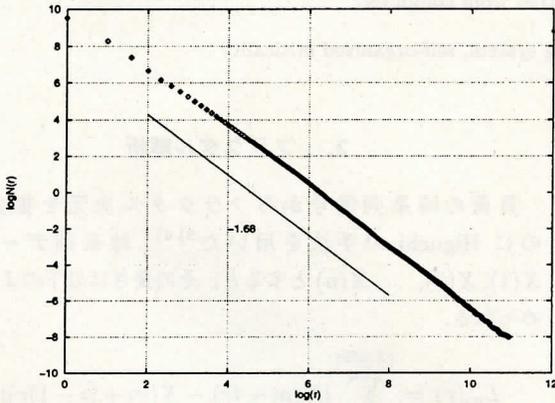


Fig. 2 $r - N(r)$ plot of Fig. 1 in double logarithmic scale showing 1.68 of fractal dimension.

タ解析の結果から、この負荷変動はブラウン運動が示す 1.5 フラクタル次元よりも高い次元を示すことが明らかになった。このようなフラクタル構造の発生をモデルにより考察する。ジョブの投入はそれぞれ独立に発生することから、その分布はポアソン分布に従うと考えられる。また、CPU の処理は一定である。従って、 x_t を各時刻 t における負荷とすると、 x_t を発生する過程は以下のように記述できる。

$$\begin{cases} x_{t+1} = x_t + \xi_t^\lambda - \mu & \text{if } x_t > 0 \\ x_{t+1} = \xi_t^\lambda & \text{if } x_t = 0 \end{cases} \quad (4)$$

ここで、パラメータ ξ_t^λ は時刻 t における入力ジョブの数であり、平均を λ とするポアソン分布によって定められる。パラメータ μ は単位時間に CPU が処理できるジョブの数を示している。以降の考察では、 $\mu = 1.0$ とする。

Figures 3(a),(b) および (c) に、このモデルに基づくシミュレーションの結果を λ が 0.95, 1.00 および 1.05 の場合について示す。他の λ の場合でも、 $\lambda < 1$ の時は (a) のように針状に、 $\lambda > 1$ の時は増加し続ける波形となる。

$\lambda = 0.95$ の時、その負荷の変動は実際のワークステーションから得られたものに似ている。Higuchi の手法によって得られた $r = N(r)$ プロットを Fig. 4 に示す。 $2 < \log(r) < 8$ の範囲においてフラクタル性が明確に現われており、そのフ

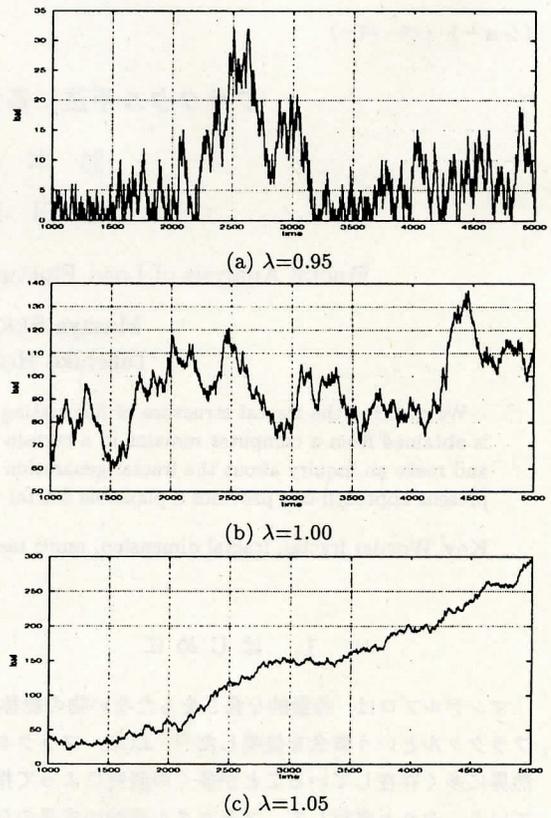


Fig. 3 Data simulated with different λ

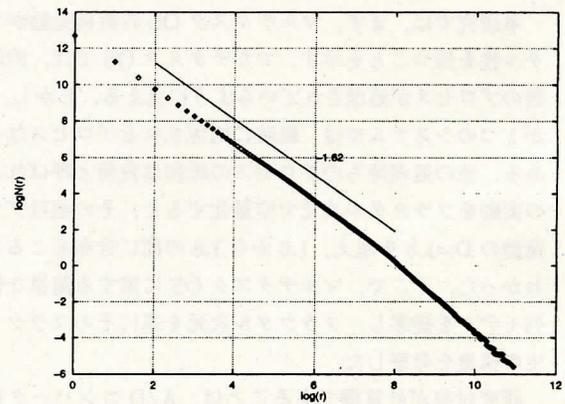


Fig. 4 $r - N(r)$ plot of the data when $\lambda=0.95$

ラクタル次元は 1.62 である。他の λ におけるシミュレーションから得られたフラクタル次元を Table 1 に示す。 λ が小さくなるにつれ次元の値は上昇する。Table 1 に含まれない $\lambda < 0.9$ や $\lambda > 1.1$ の場合も同様な傾向を示す。これらの次元の値は、それぞれのパラメータにおいて 1 万点のデータを 1000 本作成し、得られた平均を求めたものである。分散は 0.01 以下であり、得られた次元は統計的に裏付けられていると考えられる。

$\lambda = 1.0$ の場合、フラクタル次元は 1.52 であり、これはブラウン運動の次元 1.5 にほぼ等しい。このときの波形がブラウン運動に近いことがわかる。

Table 1 Relationship between λ and fractal dimension at constant $\mu(1.0)$.

λ	Dimension
0.90	1.73
0.95	1.63
1.00	1.52
1.05	1.43
1.10	1.32

$\lambda > 1.0$ の場合, CPU の能力不足によって処理されない入力ジョブが溜っていくことにより, Figure 3(c) のような増加し続ける波形となる. これは, 1.5 次元であるブラウン運動と, 1 次元である直線のトレンドの組合せによって, 低い次元を示すものと考えられる.

ここで, $\lambda < 1.0$, つまり $\lambda < \mu$ の場合に注目する. この場合, 入力が指数分布であり, 処理は一定ということから, M/D/1 型の待ち行列の一種であるとみなすことができる⁶⁾. そこで, 待ち行列 x の長さが n であるときの確率を P_n とする. $\mu = 1.0$ のとき, P_n に関する式は

$$P_n = P_0 q_n + \sum_{i=1}^{n+1} P_i q_{n-i+1} \quad (5)$$

ただし,

$$q_n = \frac{\lambda^n}{n!} \exp(-\lambda) \quad (6)$$

P_n と q_n をそれぞれ z 変換によって再定義すると

$$P(z) = \frac{(z-1)P_0Q(z)}{z-Q(z)} \quad (7)$$

ここで $P(z) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n z^n$, $Q(z) = \sum_{n=0}^{\infty} q_n z^n$ である. $P(0) = 1$ であることから

$$P_0 = 1 - \lambda \quad (8)$$

が導き出せる. P_n の存在条件は $\lambda < 1$ であり, $P(z)$ や P_n は λ にのみ依存する. CPU の処理能力 μ を考慮する場合には, 単位時間を $1/\mu$ と再定義する. ポアソン分布のマルコフ性から, 入力されるジョブは 1 単位時間あたり λ/μ として再定義できる.

このとき, $\mu = 1.0$ の時の待ち時間の平均値 W は式 (7) から

$$W = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n + 1 = \frac{\lambda(2-\lambda)}{2(1-\lambda)} \quad (9)$$

となる. λ が増加するにつれ W も増加する. すなわち長時間の相関が発生する. 長時間の相関がフラクタル次元の低下を招くことは知られており¹⁾, Table 1 の結果からもそれが確かめられる.

これらの結果より, マルチタスク OS の負荷は M/D/1 待ち行列の一種とみなすことができることから, その分布を定義する λ/μ とフラクタル次元 D とのつながりが説明できる.

4. ま と め

マルチタスク OS の負荷の変動はフラクタル性があり, 通

常の使用時では次元は 1.6 から 1.8 の間に分布した. さらに, そのフラクタル次元が 1.5 を超える理由を簡単な OS のモデルから考察した. その結果, 投入するジョブが CPU の処理能力を超えれば次元が 1.5 を上回ることが確かめられた. これは実際の OS の状態と一致している.

従来の待ち行列理論では, 待ち行列のゆらぎそのものは統計的にしか扱わないが, そのような複雑な構造を捉えるのにフラクタル解析が有効であることを示した.

参 考 文 献

- 1) B.Mandelbrot, "フラクタル幾何学", 日経サイエンス社 (1982).
- 2) M.Sekimoto, T.Horita, S.Ogata, A consideration of fractal analyses for time-series signals, SICE **32**,1569(1996).
- 3) T. Higuchi, Approach to an irregular time series on the basis of the fractal theory, Physica D **31**,277(1988).
- 4) T. Higuchi, Relationship between the fractal dimension and the power law index for a time series: A numerical investigation, Physica D **46**, 254(1990).
- 5) L.F.Burlga and L.W.Klein, Fractal structure of the interplanetary magnetic field, J.Geophys, **98**,347(1986).
- 6) Leonard Kleinrock, *Queueing Systems Vol.1*, Chap 1, John Wiley & Sons,Inc.(1975).