惑星学基礎 III
&
惑星学基礎 III 演習

岩山 隆寛

2017 年 4 月 14 日

目次

ガイダンス

0.1 惑星学基礎 III

0.1.1 講義内容

本講義の目的は，惑星学[*1]の勉強や研究において必要な数学を解説することである．同じ目的の講義として, 1 年次に開講されている惑星学基礎 I ＆演習および惑星学基礎 II ＆演習がある．本講義はその後行科目である．[*2]

自然科学（特に物理学[*3]）の大きな特徴の一つは, 現象の未来を定量的に予測することができる点であろう． 自然現象を支配している法則を, 微分方程式の形に書き下し, それを解くことによって, 現象の未来が予測できるのである． そこで, 微分方程式を解くことが必要になってくる． 振り子の運動や天体の運動は時間に関する微分を含んだ常微分方程式[*4]で書かれる． 常微分方程式の解法については既に惑星学基礎 I で学んでいる． 惑星学では, 空間的に拡がった物理量（たとえば, 気圧の空間分布, 温度の空間分布など）の時間発展も研究の対象にする． それを支配する方程式は時間微分と空間微分の両方を含んだ**偏微分方程式**の形で書かれる. **本講義では, この偏微分方程式を解く手法や, それに関連する話題を解説する**.

先ず, 既に惑星学基礎 I で習ったが**常微分方程式の解法**を復習をしておく．偏微分方程式を解くためには，変数分離や直交関数展開（本講義の主題の一つである Fourier 級数・Fourier 変換を一般化した概念）といった方法を用いて偏微分方程式を常微分方程式に書き直して解くことが一般的である．したがって偏微分方程式を解く場合にも，常微分方程式の解法を知っておく必要があり, そのため常微分方程式の解法をまず復習する.

次に，偏微分方程式の解法やデータ解析に用いられる**Fourier 級数，Fourier 変換，お**

[*1] 惑星学という学問は確立されていないが, 本学科で開講されている授業科目全般や本学科の教員, 本専攻の大学院生が行っている研究を指すものと解釈してほしい

[*2] 惑星学基礎 I ～III は,（神戸大学に限らず）物理学科で「物理数学」という名前で開講される授業科目に相当する．物理数学は, 物理学において用いられる数学的手法を解説することが目的である.

[*3] 惑星学もその一部.

[*4] いわゆる Newton の運動方程式.

よびそれらに関連する話題について述べる．

偏微分方程式には様々なタイプの方程式があるが, 本講義で対象とする偏微分方程式は, **拡散方程式, 波動方程式, Laplace-Poisson 方程式**である.

複素数を変数とする関数の微分・積分（複素関数論）についても時間があれば取り扱う. 拡散方程式を解く際に現れる積分にこれが利用できる.

また, 和の規約もしくは Einstein's notation と呼ばれる表記法も紹介する．和の規約は気象学や地震学（およびその基礎である流体力学，弾性体力学, さらに相対性理論）で用いられるものである．和の規約を用いることの利点は，これを用いると，ベクトル解析で現れる複雑な計算がたちどころに行えることである．さらにこの表記法はスカラーでもベクトルでもない量（テンソル量）の導入に必要なものである．

本講義の内容は，理論的研究，実験的研究といった研究手法に係わらず，将来物理系の研究分野で研究を行う上で必要不可欠なものであり，常識として知っておく必要がある．また，本講義で取り扱う内容は各大学の大学院入学試験において「基礎科目」の一部として頻繁に出題される．

0.1.2 参考書

本講義に関連する内容を含んだ参考書をリストアップしておく．

- 程度は高いが, 大学生としては是非一度は手にとって眺めて欲しい書籍.
  - R. Courant and D. Hilbert: Method of Mathematical Physics, vol. I. Weily, 1953. (Fourier 級数の話は chapter II. 邦訳: 数理物理学の方法, 東京図書出版)
  - A. Sommerfeld: Partial Differential Equation. Academic Press, 1949.（Fourier 級数の話は chapter I, 邦訳: 物理数学, 講談社）
  - 高木貞治：解析概論. 岩波書店, 1983, (Fourier 級数の話は第 6 章).
  - 寺澤寛一：自然科学のための数学概論 [増訂版], 岩波書店，1983.
  - ポントリャーギン：常微分方程式, 共立出版
- 初学者向け参考書
  - 和達三樹：物理のための数学, 岩波書店.
  - 小暮陽三：なっとくするフーリエ変換，講談社.
- 一般的程度の参考書 (微分方程式)
  - 矢野健太郎：微分方程式, 裳華房
  - 矢野健太郎：大学演習 微分方程式, 裳華房

    上記の 2 冊は，私が大学生のときに「物理数学 I」（1 年次，通年開講）担当の先生がテキストとして指定した本である．(「物理数学 I」のテキストは，こ

の本以外に安達忠次著：ベクトル解析（培風館）であった.）

- 一般的程度の参考書 (Fourier-Laplace 解析, 複素関数論)
  - 木村英紀，Fourier-Laplace 解析．岩波講座「応用数学」，岩波書店，1999 年，第 1 章.
  - 矢野健太郎，石原繁，解析学概論（新版）．裳華房，1982 年，第 IV 部.

    上記の書籍は，私が大学生のときに「物理数学 II」（2 年次，通年開講）担当の先生がテキストとして指定した本である.
- 一般的程度の参考書 (物理数学全般)
  - マージナウ，マーフィ共著，佐藤次彦，国宗真 共訳：物理と化学のための数学 I, II, 共立出版

    上記の書籍は，私が大学生時代に愛読した物理数学の本である．熱力学の数学から，微分方程式，特殊関数，テンソル解析，量子力学や統計力学の数学，数値計算法まで収録した大著である.

    下記の本も演習書であるが非常に便利で今もお世話になっている本である.
  - M. R. Spiegel, Advanced Calculus.Schaum's outline series, McGraw-Hill, 1962, 384 pp.

0.1.3　合否判断

授業の合否判断は, 試験の点数と演習の時間に黒板で解いた問題数に応じた点数を合計して行う. 出席点は加味しない（**出席はとらない**）. 講義と演習は同じ成績をつける.

0.1.4　注意

惑星学基礎 III の講義の内容は惑星学基礎 III 演習で出題される問題を解くことにより，理解が深まるので，講義と演習の両方の授業を履修することが望ましい.

0.2　惑星学基礎 III 演習

惑星学基礎 III で取り扱った話題に関連する演習問題を**自ら解く**ことによって, 講義への理解を深めることが演習の授業の目的である.

0.2.1　方針

- 演習問題は, 配布した講義資料の章末にある.
- 履修者は演習問題をその場で，もしくは次回以降の授業までに解いてくる．希望者

が黒板に模範解答を示し, さらに模範解答の解説をする. 教員は必要に応じてそれに対して補足説明を行う. これは人前で喋るプレゼンテーションの練習になる. なお, 解答者を教員側から指名することは原則として行わない. あくまでも学生が自主的に黒板に出て模範解答を示し, 解説を行う. 演習の授業は学生が主体となって作って行くべきものと考えている.

0.2.2 合否判断

授業の合否判断は, 試験の点数と演習の時間に黒板で解いた問題数に応じた点数を合計して行う. 出席点は加味しない (出席はとらない). 講義と演習は同じ成績をつける.

0.3 連絡先

質問は授業中でも授業後でもいつでも受け付る. 連絡先は以下のとおりである. 授業後に質問がある場合には, 下記のメールに質問内容を送ってもよいし, 私の居室に訪ねてきてもよい. 不在の時があるので, 居室に来るときには事前に電子メールで訪問の日時を伝えてほしい.

- 電子メール: iwayama@kobe-u.ac.jp
- 居室: 自然科学総合研究棟 3 号館西棟 502 号室

本講義の内容をテキスト形式にまとめた資料 (講義ノート) を岩山のホームページ

http://www2.kobe-u.ac.jp/~iwayama/teach/teach_17.html

からダウンロードできるようにしておく. 講義ノートは順次上記ページにアップロードする予定である. なお, 昨年度の講義のノートは

http://www2.kobe-u.ac.jp/~iwayama/teach/teach_16.html

に掲載してある.

0.4 その他

毎年行っている授業評価アンケートによると, ここ数年の本講義, 演習の改善点としては

i) よく喋りながら板書されているので, 書いてから考えて理解出来る自分にとっては,

実際の速度以上に速く感じました．一度立ち止まって考える時間があれば，もう少し全体的に理解出来ると思います．

ii) 授業はとても有意義であった．だが，板書が速く，字が少し小さかったので写しにくかったところがありました．

iii) 丁寧な解説でとても良いのですが，全体的なスピードが遅いように感じました．（全コンテンツおわらないのでは?）あと基礎 III 演習が教職科目とかぶっているのがとても迷惑．

iv) 板書のスピードはちょうど良かったです．前回の復習を授業はじめにやってくれるのはとてもありがたい．

v) 添え字が小さくて見えにくかった。

vi) 問題を解答するのが早い者勝ちなので，授業時間中忙しいのが大変だった．予約制にすればよいと思う．

vii) たのしかった．

viii) 最後の授業で答がほしい。

といったものがあげられている．i)–iv) については相反する意見なのでどう対応していいか悩んでいる．速いと感じる人は，講義ノートを参考に板書を写す量を減らして講義についてきて欲しい．遅いと感じる人は，講義よりもさらに高度な内容を各自で自習するなど，上のレベルを目指して欲しい．v) については気をつけるつもりであるが，それでも見にくいときには，講義の進行にかかわらず遠慮なく指摘して欲しい．viii) については，解答があるとそれで安心してしまい自力で問題を解かなくなるでしょう．自力で問題を解くための教育的な配慮から，演習問題の解答を公開していない．もし自分で解いた解答を見て欲しい場合には遠慮なく申し出て欲しい．そのような積極的な授業への参加を歓迎する．