2003年度　地球流体力学　学期末試験

平成15 年 7 月 22 日実施

鉛直軸 z の周りに一定の回転角速度 $f/2$ で回転している座標系上から眺めた流体運動について考察する．重力場中で一様な密度をもつ非粘性流体の運動は以下の方程式によって記述される：

$$\frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} + f\boldsymbol{e}_z \times \boldsymbol{v} = -\frac{1}{\rho}\boldsymbol{\nabla} p - g\boldsymbol{e}_z, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v} = 0. \tag{2}$$

ここで, $\boldsymbol{v}$, p, ρ, g, $\boldsymbol{e}_z$ はそれぞれ速度, 圧力，密度，重力加速度，鉛直方向の単位ベクトルである.

1. **流体力学の基礎方程式に関する問題**
   (a) (1) の左辺に現れた $\frac{D}{Dt}$ の名称および物理的意味を答えなさい.
   (b) (1) の左辺に現れた $\frac{D}{Dt}$ を $\frac{\partial}{\partial t}$，$\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{\nabla}$ を用いて書き表しなさい.
   (c) (1) の左辺第 2 項の名称および物理的意味を答えなさい.
   (d) (2) の名称および物理的意味を答えなさい.
2. 流体がある点 O を中心とした定常的な旋回運動をしている場合を考察する．このとき，O を原点とした円筒座標系を導入し，現象を円筒座標系 (r, θ, z) で記述することにする．r, θ, z 方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{e}_\theta$, $\boldsymbol{e}_z$ と表すことにする.
   (a) 速度場を $\boldsymbol{v} = V(r)\boldsymbol{e}_\theta$ とする．(1) を r, θ, z 方向成分に関する式に展開すると，それぞれ

$$\frac{V^2}{r} + fV - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} = 0, \tag{3}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta} = 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g, \tag{5}$$

となることを示しなさい．なお，円筒座標系における微分演算子 $\boldsymbol{\nabla}$ は

$$\boldsymbol{\nabla} = \boldsymbol{e}_r \frac{\partial}{\partial r} + \boldsymbol{e}_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} + \boldsymbol{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \tag{6}$$

と表される．また，必要ならば

$$\frac{\partial \boldsymbol{e}_\theta}{\partial \theta} = -\boldsymbol{e}_r$$

を用いなさい．

(b) (3) の左辺第１項の物理的意味を答えなさい．

(c) (3) において，$f = 0$ としたとき，

i. このようなバランスの名称について答えなさい．

ii. 流れ場と気圧場との間の関係について考察しなさい．

iii. 前設問の結果と日常よく見られる現象との対応関係について説明しなさい．

(d) (3) において，左辺第１項を無視した場合，

i. このようなバランスの名称について答えなさい．

ii. 流れ場と気圧場との間の関係について考察しなさい．

iii. 前設問の結果と日常よく見られる現象との対応関係について説明しなさい．